

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Комин Андрей Эдуардович

Должность: ректор

Дата подписания: 25.06.2023

Уникальный программный ключ:

f6c6d686f0c899fdf76a1ed8b448452ab8cac6fb1af6547b6d40cdf1bdc60ae2

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ПРИМОРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПРИНЯТО
на заседании Ученого Совета
ФГБОУ ВО Приморский ГАТУ
Протокол № 17
от 26 июня 2023 г.

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВО Приморский ГАТУ
_____ А. Э. Комин
26 июня 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
(код и наименование направления подготовки)

Математика и физика
(направленность (профиль) подготовки)

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

г. Уссурийск 2023

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

а. модели контролируемых компетенций

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля):

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
Профессиональные компетенции			
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК 1.1	Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)
		ПК 1.2	Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО
ПК-3	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	ПК 3.1	Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)

б. требование к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

– теоретические основы и технологические приемы теории дифференциальных уравнений в соответствии с содержанием преподаваемых учебных предметов (понятия дифференциального уравнения первого порядка, дифференциального уравнения второго порядка, однородного уравнения, линейного уравнения, уравнения Бернулли; методы решения дифференциальных уравнений и т.д.) (ПК 1.1);

– основные методы и приемы теории дифференциальных уравнений для формализации процессов и явлений в различных областях знания (ПК 1.2);

– способы построения особенности моделей дифференциальных уравнений для решения задач, возникающих в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам (ПК 1.3);

уметь:

– применять инструментарий дифференциальных уравнений для решения их основных типов (ПК 1.1);

- формализовывать процессы и явления в различных областях знания посредством теории дифференциальных уравнений (ПК-1.2);
- применять дифференциальные уравнения на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний (ПК 1.3).

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 1 – Оценка контролируемой компетенции дисциплины (модуля)

№ п/п	Код контролируемой компетенции (индикатора достижения компетенции)	Контролируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства
1	ПК 1.1	<i>Знать:</i> теоретические основы и технологические приемы теории дифференциальных уравнений в соответствии с содержанием преподаваемых учебных предметов (понятия дифференциального уравнения первого порядка, дифференциального уравнения второго порядка, однородного уравнения, линейного уравнения, уравнения Бернулли; методы решения дифференциальных уравнений и т.д.)	Опрос (устно) Тест (письменно)
		<i>Уметь:</i> применять инструментарий дифференциальных уравнений для решения их основных типов	Тест (письменно)
2	ПК 1.2	<i>Знать:</i> основные методы и приемы теории дифференциальных уравнений для формализации процессов и явлений в различных областях знания	Опрос (устно) Тест (письменно)
		<i>Уметь:</i> формализовывать процессы и явления в различных областях знания посредством теории дифференциальных уравнений	Тест (письменно)
3	ПК 3.1	<i>Знать:</i> способы построения особенности моделей дифференциальных уравнений для решения задач, возникающих в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам	Опрос (устно) Тест (письменно)
		<i>Уметь:</i> применять дифференциальные уравнения на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний	Тест (письменно)

Таблица 2 – Критерии и шкалы для оценки уровня сформированности компетенции в ходе освоения дисциплины

Показатели оценивания	Критерии оценки уровня сформированности компетенции ПК 1.1 (ПК 1.2, ПК 3.1) *			
	Неудовлетворительно, Не зачтено	Удовлетворительно, зачтено	Хорошо / зачтено	Отлично / зачтено
«Знать»	Уровень знаний ниже минимально допустимых требований; имеют место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний; допущено множество негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе; допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе; без ошибок
«Уметь»	При решении типовых (стандартных) задачи не продемонстрированы некоторые основные умения. Имеют место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые (стандартные) задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, некоторые – на уровне хорошо закрепленных навыков. Решены все основные задачи с отдельными незначительными ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, без недочетов.
Характеристика сформированности компетенции	Компетенция в полной мере несформирована. Имеющихся знаний и умений недостаточно для решения практических профессиональных задач	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний и умений в целом достаточно для решения стандартных практических профессиональных задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний и умений в целом достаточно для решения стандартных практических профессиональных задач	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний и умений и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических профессиональных задач
Уровень сформированности компетенции	Низкий	Пороговый	Базовый	Высокий
Сумма баллов (Б)**	0 – 60	61 – 75	76 – 85	86 – 100

* – Оценивается для каждой компетенции отдельно.

** – Суммируется балл по показателям оценивания «знать» и «уметь»; при этом соотношение компонентов компетенции в общей трудоемкости дисциплины «знать» / «уметь» составляет 40 / 60.

1. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений и опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация качества подготовки обучающихся по дисциплине проводится в соответствии с локальными нормативными актами Университета и является обязательной, предназначена для определения степени достижения учебных целей по дисциплине и проводится в форме зачета в 7-м и семестре.

Обучающиеся готовятся к зачету самостоятельно. Подготовка заключается в изучении программного материала дисциплины с использованием личных записей, сделанных в рабочих тетрадях, и рекомендованной в процессе изучения дисциплины литературы. При необходимости обучающиеся обращаются за консультацией к преподавателю, ведущему данную дисциплину.

Форма проведения промежуточной аттестации для обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбирается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). При необходимости обучающимся инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете / экзамене.

Методика оценивания

1) По столбальной шкале в таблицу 3 занести баллы (B_i), полученные обучающимся в ходе освоения дисциплины. (Критерии представлены в таблице 2).

Таблица 3 – Пример расчетной таблицы итогового оценивания компетенций у обучающегося по дисциплине (модулю)

Код индикатора компетенции	Условное обозначение	Оценка приобретенных компетенций в баллах
ПК 1.1	Б1	76
ПК 1.2	Б2	75
ПК 3.1	Б3	77
Итого	($\sum B_i$)	76
В среднем	($\sum B_i$) / n	76

2) Определить оценку по дисциплине (модулю) по шкале соотношения баллов и оценок (таблица 4).

Таблица 4 – Шкала измерения уровня сформированности компетенций в результате освоения дисциплины (модуля)

Итоговый балл	0-60	61-75	76-85	86-100
Оценка	Неудовлетворительно (не зачтено)	Удовлетворительно (зачтено)	Хорошо (зачтено)	Отлично (зачтено)
Уровень сформированности компетенций	Низкий	Пороговый	Базовый	Высокий

Знания, умения обучающихся при промежуточной аттестации **в форме зачета** определяются «зачтено», «не зачтено».

«Зачтено» – обучающийся знает курс на уровне лекционного материала, базового учебника, дополнительной учебной, научной и методологической литературы, умеет привести разные точки зрения по излагаемому вопросу.

«Не зачтено» – обучающийся имеет пробелы в знаниях основного учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.

Текущая аттестация обучающихся по дисциплине проводится в форме контрольных мероприятий по оцениванию фактических результатов освоения дисциплины (модуля) в разрезе компетенций.

2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ПК 1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)

Задание 1.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Задача о нахождении решения некоторого дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальному условию $y(x_0) = y_0$, называется: *задачей Коши*.

1. Задачей Коши
2. Задачей Лагранжа
3. Задачей Бернулли
4. Задачей Остроградского

Ответ: 1

Обоснование: По определению задачи Коши для дифференциальных уравнений

Задание 2.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Дифференциальное уравнение вида $y' + a(x)y = b(x)y^n$, где $a(x)$ и $b(x)$ – заданные непрерывные функции; $n \in \mathbb{R}, n \neq 0, n \neq 1$, называется уравнением:

1. Рикатти
2. линейным однородным
3. Бернулли
4. с разделяющимися переменными

Ответ: 3

Обоснование: В соответствии с общим видом уравнения Бернулли

Задание 3.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Множество всех решений дифференциального уравнения $y' = e^{x+y}$, где C – константа, имеет вид:

1. $e^{-y} = e^x + C$
2. $-e^{-y} = e^x + C$
3. $e^y = -e^{-x} + C$
4. $e^y = e^x + C$

Ответ: 2

Обоснование: Преобразуем к виду уравнения с разделяющимися переменными: $dy/dx = e^x e^y$. Преобразуем: $e^{-y} * dy = e^x$. Проинтегрируем и получим вариант 2.

Задание 4.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны дифференциальные уравнения первого порядка и их частные решения. **Соотнесите вид уравнения с его решением и их характеристикам.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Дифференциальное уравнение		Частное решение	
А	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	1	$y = \arcsin x$
Б	$y' = -\cos x$	2	$y = -\sin x$
В	$y' = \frac{1}{1-x}$	3	$y = \ln 1-x $
Г	$y' = -\sin x$	4	$y = \cos x$
		5	$y = -\ln 1-x $

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
1	2	5	4

Задание 5.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Общий вид решения линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами определяется в зависимости от корней соответствующего характеристического уравнения. **Соотнесите корни характеристического уравнения и общее решение соответствующего дифференциального уравнения.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Корни характеристического уравнения		Вид общего решения	
А	действительные различные $\lambda_1 \neq \lambda_2$	1	$y_0 = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$
Б	действительные равные $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$	2	$y_0 = C_1 e^{\lambda x} + C_2 e^{\lambda x}$
В	комплексно-сопряжённые $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$, где $i^2 = -1$	3	$y_0 = e^{\lambda x} (C_1 + C_2 x)$
		4	$y_0 = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
4	3	1

Задание 6.

Прочитайте текст и запишите развернутый ответ.

Дать определение обыкновенного дифференциального уравнения.

Ответ: Это соотношение, связывающее независимую переменную, неизвестную функцию этой переменной и её производные (или дифференциалы).

Задание 7.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Какова последовательность действий построения фундаментальной системы решений линейных однородных дифференциальных уравнений произвольного порядка с постоянными коэффициентами $y^{(n)} + p_1 y^{(n-1)} + p_2 y^{(n-2)} + \dots + p_{n-1} y' + p_n y = 0$; $p_j = \text{const}$; $j = 1, n$

Ответ: 1. Составить характеристическое уравнение. 2. Если все корни λ_j характеристического уравнения простые и действительные, то получаем следующую фундаментальную систему решений уравнения: $y_1 = e^{\lambda_1 x}$, $y_2 = e^{\lambda_2 x}$, ..., $y_n = e^{\lambda_n x}$

3. Каждому действительному корню λ кратности k соответствует ровно k линейно независимых решений уравнения $y_1 = e^{\lambda x}$, $y_2 = x e^{\lambda x}$, ..., $y_k = x^{k-1} e^{\lambda x}$

4. Каждой паре комплексно-сопряжённых корней $\lambda_1 = \alpha + i\beta$ и $\lambda_2 = \alpha - i\beta$ кратности m соответствует ровно $2m$ линейно-независимых решений исходного уравнения вида $y_1 = e^{\alpha x} \cos \beta x$, $y_2 = e^{\alpha x} \sin \beta x$, $y_3 = x e^{\alpha x} \cos \beta x$, $y_4 = x e^{\alpha x} \sin \beta x$

5. Получив фундаментальную систему решений, общее решение уравнения дифференциального уравнения записываем в виде $y = C_1 y_1 + C_2 y_2 + \dots + C_n y_n$

Задание 8.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Уравнение $y' = y^2 - \frac{2}{x^2}$ привести к однородному уравнению можно с помощью следующей замены:

1. $y = \sqrt[3]{z}$
2. $y = z^2$
3. $y = \frac{1}{z}$
4. $y = \frac{1}{\sqrt{z}}$

Ответ: 3.

Обоснование: Обобщенно однородное уравнение приводится к однородному уравнению заменой $y = z^a$. В данном задании $a = -1$. Получаем замену $y = \frac{1}{z}$ (вариант 3).

ПК 1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО

Задание 9.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Составить дифференциальное уравнение по заданному семейству интегральных кривых $y = Cx^3$

1. $xy' = y/3$
2. $xy' = y$
3. $y' = 3y$
4. $xy' = 3y$

Ответ: 4

Обоснование: Продифференцируем по x равенство $y = Cx^3$, получим $y' = 3Cx^2$. Тогда $C = y/x^3$. Дифференциальное уравнение принимает вид: $xy' = 3y$

Задание 10.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые могут быть записаны в виде $y' = f(\frac{y}{x})$, называются дифференциальными уравнениями с ... переменными

1. линейными
2. постоянными
3. разделяющимися
4. однородными

Ответ: 1

Обоснование: по определению дифференциального уравнения с однородными переменными

Задание 11.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны функции, которые можно охарактеризовать по критерию четности-нечетности.

Сопоставьте типы дифференциальных уравнений и их возможные решения.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Тип дифференциального уравнения		Вид решения	
А	линейное уравнение первого порядка	1	$y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$
Б	линейное однородное уравнение второго порядка	2	$y = (e^x + C_1)x$
В	линейное неоднородное уравнение второго порядка	3	$y = C_1 e^{7x} + C_2 x e^{7x} + 2 \cos 7x$
Г	линейное уравнение третьего порядка	4	$y = C_1 + C_2 \cos x + C_3 \sin x + 3e^{2x}$
		5	$y = C_1 + C_2 \cos x + C_3 \sin x$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
2	1	3	5

Задание 12.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

По методу вариации произвольных постоянных частное решение неоднородного уравнения $y'' + 25y = \operatorname{tg} 5x$ следует искать в виде:

1. $y = C_1(x) \cos 5x + C_2(x) \sin 5x$

2. $y = C_1(x)e^{5x} + C_2(x)e^{-5x}$

3. $y = e^{-5x}[C_1(x) + xC_2(x)]$

4. $y = e^x[C_1(x) \cos 5x + C_2(x) \sin 5x]$.

Ответ: 1

Обоснование: В соответствии с методом вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) нужно сначала найти фундаментальную систему (ФС) соответствующего однородного уравнения, а затем построить частное решение неоднородного уравнения в виде $y^*(x) = C_1(x)y_1(x) + C_2(x)y_2(x) + \dots + C_n(x)y_n(x)$. Для данного задания ФС: $y_1(x) = \cos 5x$, $y_2(x) = \sin 5x$. Что соответствует варианту 1.

Задание 13.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Соотнесите вид уравнения и его решение.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Вид уравнения		Решение	
А	$y' - 6y' = 18x - 18x^2 - 2$	1	$y_H = (C_1 + xC_2) \cdot e^{-\frac{x}{3}}$
Б	$y' + 4y = 4 \sin 2x$	2	$y_H = y_0 + y_ч = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x - x \cos 2x$
В	$9y' + 6y' + y = 3$	3	$y_H = y_0 + y_ч = C_1 + C_2 e^{6x} + x^3 - x^2$
		4	$y_H = (C_1 + xC_2) \cdot e^{-\frac{x}{3}} + 3$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	2	4

Задание 14.

Прочитайте текст и установите последовательность.

Частное решение $u_{\text{ч}}$ линейного неоднородного дифференциального уравнения, правая часть которого имеет «специальный вид» может быть найдено по определенному алгоритму. Для этого Вам необходимо выполнить определенную последовательность действий:

1. Найти производные $u'_{\text{ч}}$ и $u''_{\text{ч}}$
2. Определить структуру частного решения $u_{\text{ч}}$
3. Приравнять коэффициенты при одинаковых степенях x (или при синусах и косинусах, соответственно) в левой и правой части полученного тождества. Получим систему уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов
4. Подставить $u_{\text{ч}}$, $u'_{\text{ч}}$ и $u''_{\text{ч}}$ в исходное неоднородное уравнение
5. Найти коэффициенты, решив полученную систему
6. Записать частное решение $u_{\text{ч}}$ с найденными коэффициентам

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо: 214356

Задание 15.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Что представляет собой общее решение линейного однородного дифференциального уравнения?

Ответ: Линейное однородное дифференциальное уравнение имеет вид:

$y_0 = C_1 * y_1(x) + C_2 * y_2(x)$, где $y_1(x)$, $y_2(x)$ – линейно независимые решения этого уравнения (фундаментальная система решений), C_1 , C_2 – произвольные постоянные.

Задание 16.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ (решение).

Найти общее решение однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами: $2y'' + 2y' + 5y = 0$

Ответ: $y = e^{-\frac{x}{2}} \cdot (C_1 \cos 1,5x + C_2 \sin 1,5x)$

Решение. Имеем линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами. Составляем и решаем характеристическое уравнение: $2\lambda^2 + 2\lambda + 5 = 0$, $D = 4 - 40 = -36 = 36 \cdot (-1) = 36 \cdot i^2$. То есть: $\lambda_{1,2} = -0,5 \pm 1,5i$. Фундаментальная система решений имеет вид:

$y_1 = e^{-\frac{x}{2}} \cdot \cos 1,5x$? $y_2 = e^{-\frac{x}{2}} \cdot \sin 1,5x$. Тогда общее решение: $y = C_1 y_1 + C_2 y_2$. В итоге

получаем: $y = e^{-\frac{x}{2}} \cdot (C_1 \cos 1,5x + C_2 \sin 1,5x)$

ПК 3.1 Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)

Задание 17.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Общий интеграл дифференциального уравнения $x y' = (4 + y^2) \ln x$ имеет вид:

1. $y/2 = \ln^2 x + C$
2. $\operatorname{arctg} y/2 = \ln^2 x + C$
3. $\operatorname{arctg} y/2 = \ln x + C$
4. $y/2 = \ln^2 x + C$

Ответ: 2

Обоснование: Имеем уравнение с разделяющимися переменными $x \cdot dy/dx = (4 + y^2) \ln x$. Умножим обе части уравнения на dx : $x dy = (4 + y^2) \ln x dx$. Теперь обе части уравнения поделим на выражение $x(4 + y^2)$. Интегрируем теперь обе части уравнения и получаем общий интеграл уравнения $\operatorname{arctg} y/2 = \ln^2 x + C$

Задание 18.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Общее решение дифференциального уравнения $y dx - (x + y^2 \sin y) dy = 0$ имеет вид:

1. $y = y - y \cos y$
2. $y = Cy - y \cos y$
3. $y = y \cos y + C$
4. $y = Cx - y \sin y$

Ответ: 1

Обоснование: Так как уравнение линейно относительно функции $x = x(y)$, где y – аргумент, то используем подстановку Бернулли: $x = uv$, $x' = u'v + uv'$. Общее решение уравнения: $y = Cy - y \cos y$

Задание 19.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Соотнесите системы дифференциальных уравнений с их решениями.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Система дифференциальных уравнений		Решение	
А	$\begin{cases} x' = 7x + 3y \\ y' = 6x + 4y \end{cases}$	1	$\begin{cases} x = C_1 e^{10t} + C_2 e^t \\ y = C_1 e^{10t} - C_2 e^t \end{cases}$
Б	$\begin{cases} x' = 2x \\ y' = x + 2y \end{cases}$	2	$\begin{cases} x = C_2 e^{2t} \\ y = C_1 e^{2t} + C_2 t e^t \end{cases}$
В	$\begin{cases} x' = 4x - 3y \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$	3	$\begin{cases} x = C_1 \cos 3t + C_2 \sin 3t \\ y = C_1 \sin 3t - C_2 \cos 3t \end{cases}$
		4	$\begin{cases} x = e^{4t}(C_1 \cos 3t + C_2 \sin 3t) \\ y = e^{4t}(C_1 \sin 3t - C_2 \cos 3t) \end{cases}$

Запишите

А	Б	В
1	3	2

выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
1	2	4

Задание 20.

Прочитайте текст и установите соответствие.

При нахождении структуры частного решения важно правильно записать общий вид многочлена с неизвестными коэффициентами. **Соотнесите функции и их характеристиками.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Вид многочлена		Математическая запись многочлена	
А	Многочлен нулевой степени	1	$Q(x) = Ax^2 \varepsilon^{Bx} + C$
Б	Многочлен первой степени	2	$Q(x) = Ax^2 + Bx + C$
В	Многочлен второй степени	3	$Q(x) = Ax + B$
		4	$Q(x) = A$, где $A = \text{const}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
4	3	2

Задание 21.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Решить задачу Коши. **Соотнесите задачу Коши и ее решение.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Задача Коши		Решение	
А	$(2xy + x)dx - (x^2 + 1)dy = 0, y(0) = 1/2$	1	$y = x^2 + 1/2$
Б	$y' = y/x - y^2, y(1) = -1$	2	$y^2 = 6x + 1/9$
В	$y y' + 9/y^2 = 0, y(0) = 1/3, y'(0) = 9$	3	$y = 2x/(x^2 - 3)$
		4	$y = 2x \cdot (x^2 - 3)$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

Задание 22.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ (решение).

Найти в неявном виде общее решение дифференциального уравнения:

$$xy' - y + x \cos^2 y/x = 0$$

Ответ: $\ln Cx + \text{tg } y/x = 0$

Решение. Разделим обе части уравнения на x : $y' - y/x + \cos^2 y/x = 0$. Сделаем подстановку $t = y/x$. Тогда: $y' = t + t'x$, $xt' + \cos^2 t = 0$. Получили уравнение с разделяющимися переменными $x \cdot dt/dx = -\cos^2 t$. Интегрируем это дифференциальное уравнение: $-\text{tg } t = \ln x + \ln C$ или $\ln Cx + \text{tg } t = 0$. После обратной подстановки получаем ответ: $\ln Cx + \text{tg } y/x = 0$.

Задание 23.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ (решение).

Вода в открытом резервуаре имела начальную температуру 70°C , через 10 мин температура повысилась до 65°C , а температура окружающей среды равна 15°C . Найти температуру воды в резервуаре через 30 мин от начала наблюдений. Определить, в какой момент времени температура воды будет составлять 20°C ?

Ответ: 4 часа 11 минут.

Решение. Решим уравнение $T' = -k(T - 15^{\circ})$. Разделяя переменные и интегрируя, получим $\ln(T - 15^{\circ}) = kt + \ln C$, откуда $T - 15^{\circ} = e^{kt + C} = e^{kt}e^C = e^{kt}C_1$; $T = C_1 e^{kt} + 15^{\circ}$. Найдём постоянную величину C_1 при начальных условиях $t = 0$, $T = 70^{\circ}$: $70^{\circ} = C_1 e^{k \cdot 0} + 15^{\circ}$ или $55^{\circ} = C_1 e^0 = C_1 \cdot 1 = C_1$, $C_1 = 55^{\circ}$. Получили закон охлаждения воды $T = 55^{\circ} e^{kt} + 15^{\circ}$, где t – время, T – температура воды. Найдём постоянную величину k . Из условия задачи известно, что через $t = 10$ мин температура $T = 65^{\circ}\text{C}$. Подставив эти значения в уравнение, получим $65^{\circ} = 55^{\circ} e^{k \cdot 10} + 15^{\circ}$, $50^{\circ} = 55^{\circ} e^{k \cdot 10}$, $10/11 = e^{10k}$. Прологарифмируем: $\lg 10 - \lg 11 = 10k \lg e$. Коэффициент пропорциональности $k = -0,009532$. Закон охлаждения имеет вид: $T = 55^{\circ} e^{-0,009532 t} + 15^{\circ}$. Температура воды в резервуаре через 30 мин от начала наблюдений: $T = 55^{\circ} e^{-0,009532 t} + 15^{\circ}$. Тогда $T = 55^{\circ} e^{-0,286} + 15^{\circ} \approx 56^{\circ}$; $t = 251$ мин = 4 ч 11 мин

Задание 24.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ (решение).

Материальная точка массой m погружается с нулевой начальной скоростью в жидкость. На неё действует сила тяжести и сила сопротивления жидкости, пропорциональная скорости погружения (коэффициент пропорциональности равен k). Найти зависимость скорости движения точки от времени.

Ответ: $v(t) = \frac{mg}{k} \cdot \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$.

Решение. Согласно второму закону Ньютона, имеем: $ma = F_{\text{ТЯЖ}} + F_{\text{сопр}}$, где $a = v'(t)$, $F_{\text{сопр}} = -kv$, $F_{\text{ТЯЖ}} = mg$. Получаем линейное уравнение первого порядка относительно функции $v = v(t)$: $mv' = mg - kv$. Решаем его с помощью подстановки Бернулли, получаем общее решение: $v(t) = C e^{-\frac{kt}{m}} + \frac{mg}{k}$. Используя начальное условие $v(0) = 0$, найдём частное решение: $v(t) = \frac{mg}{k} \cdot \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$