

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Комин Андрей Владимирович

Должность: ректор

Дата подписания: 20.07.2026 08:46:58

Уникальный программный ключ:

f6c6d686f0c899fdf76a1ed8b448452ab8ca0f1b6547b6d40cd517b1e50e2

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Приморский государственный аграрно-технологический университет
Инженерно-технологический институт

ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Электронное издание

Уссурийск 2023

Составитель: Савельева Е.В., к.тех.н.

Геометрия. Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) / сост. Е.В. Савельева; ФГБОУ ВО Приморский ГАТУ. – Электрон.текст. дан. – Уссурийск, 2023. – 36 с. – Режим доступа: <http://de.primacad.ru>

Методические указания составлены в соответствии с учебным планом и рабочей программой дисциплины (модуля). Включают общие методические указания по освоению дисциплины (модуля), материалы для практических занятий и организации самостоятельной работы, вопросы к промежуточной аттестации, список литературы.

Электронное издание

Издается по решению методического совета ФГБОУ ВО Приморский государственный аграрно-технологический университет

Введение

Методические указания разработаны в рамках реализации Федерального Государственного образовательного стандарта III поколения и предназначены для практических занятий и самостоятельной работе по курсу «Геометрия» (объем 11 зачетных единиц) с обучающимися по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Они адресованы обучающимся очной и заочной форм обучения и рассчитаны на оказание методической помощи при выполнении самостоятельной работы и подготовке к практическим занятиям.

В указаниях рассматриваются виды самостоятельной работы и методические рекомендации по их выполнению. По данной дисциплине предусмотрены следующие виды самостоятельной работы: подготовка к практическим занятиям, изучение материалов курса; конспектирование учебной и научной литературы; подготовка доклада со слайд-презентацией; подготовка реферата; выполнение практических индивидуальных заданий; собеседование; прохождение теста; выполнение контрольной работы.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия. Индивидуальные практические задания выполняются по вариантам самостоятельно, после выполнения необходимо составить отчет и защитить работу в форме собеседования или тестирования.

Методические указания содержат материалы к практическим занятиям: теоретические вопросы по разделам дисциплины; примерные варианты заданий для рубежного контроля изученного раздела.

1 Общие методические указания по освоению дисциплины (модуля)

1.1. Цели и задачи дисциплины (модуля)

Целью дисциплины «Геометрия» является:

- формирование у обучающихся целостного представления о геометрии, как об одной из составных частей современной математики;
- изучение фундаментальных разделов геометрии и установление связи со школьным курсом.

Задачи:

- овладеть знаниями геометрии, как предмета курса математики;
- изучить методы решения задач по геометрии, уделяя внимание задачам, связанным со школьным курсом;
- сформировать представление о месте и значении геометрии в искусстве, архитектуре, современной культуре.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

Компетенции, формируемые в процессе освоения дисциплины (модуля):

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
Общепрофессиональные компетенции			
ОПК-5	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК 5.2	Осуществляет контроль и оценку образовательных результатов на основе принципов объективности и достоверности
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК 8.1	Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

- методы и способы контроля и оценки образовательных результатов по дисциплине «геометрия» на основе принципов объективности и достоверности (ОПК 5.2);
- основные понятия, факты геометрии, необходимые для осуществления профессиональной педагогической деятельности при преподавании математических дисциплин; методологию и инструментарий векторной алгебры, аналитической и проективной геометрии, методов изображения и элементов геометрии Лобачевского; общих вопросов аксиоматики

(ОПК 8.1);

уметь:

– использовать различные средства определения образовательных результатов обучающихся по дисциплине «геометрия», выбирая для этого формы, наиболее целесообразные с точки зрения их эффективности; оперировать специальными научными знаниями геометрии в профессиональном общении и предметной области (ОПК 5.2);

– решать задачи и применять методы геометрии для решения задач, возникающих в процессе осуществления профессиональной педагогической деятельности; применять инструментарий геометрии для осуществления профессиональной педагогической деятельности; доказывать основные теоремы геометрии, выводить обосновывать формулы геометрии, используя полученные знания, проводить исследования геометрических объектов, их свойств и отношений между ними (ОПК 8.1).

1.3. Содержание тем дисциплины (модуля)

Темы дисциплины (модуля) и их краткое содержание представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Содержание разделов дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание раздела
1 курс, 1 семестр		
1.	Раздел 1. Векторная алгебра.	Тема 1. Направленные отрезки и векторы. Сложение векторов и его свойства. Разность двух векторов. Умножение вектора на число и его свойства. Тема 2. Системы линейно зависимых и линейно независимых векторов и их свойства. Признаки коллинеарности и компланарности векторов. Векторное пространство. Базис векторного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Тема 3. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Вычисление скалярного произведения по координатам векторов в ортонормированном базисе. Применение скалярного произведения. Тема 4. Ориентация плоскости и пространства. Векторное произведение векторов и его свойства. Применение векторного произведения. Тема 5. Смешанное произведение векторов и его свойства. Приложение теории векторной алгебры к решению задач элементарной геометрии.
2.	Раздел 2. Метод координат на плоскости	Тема 6. Аффинная система координат на плоскости. Прямоугольная декартова система координат на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Расстояние между двумя точками. Полярные координаты. Тема 7. Формулы преобразования аффинной и прямоугольной системы координат. Параллельный перенос. Поворот. Тема 8. Применение векторно-координатного метода к решению задач элементарной геометрии.
1 курс, 2 семестр		

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание раздела
3	Раздел 3. Уравнение линий на плоскости.	Тема 9. Различные способы задания прямой на плоскости, уравнения прямой. Аналитическое задание полуплоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. Тема 10. Эллипс, свойства эллипса. Гипербола, свойства гиперболы. Директориальное свойство эллипса и гиперболы. Парабола, свойства параболы. Общее уравнение кривой второго порядка. Пересечение кривой второго порядка и прямой. Асимптотические направления. Центры кривых второго порядка. Касательные к кривым второго порядка. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы. Диаметры кривых второго порядка. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Классификация кривых второго порядка.
4	Раздел 4. Метод координат в пространстве.	Тема 11. Аффинная система координат в пространстве. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Деление отрезка в данном отношении. Расстояние между двумя точками. Алгебраическая поверхность и ее порядок. Тема 12. Аналитическое задание полуплоскости. Метрические задачи теории прямой на плоскости. Уравнения плоскости, заданной различными способами. Взаимное расположение плоскости и системы координат. Взаимное расположение двух плоскостей. Тема 13. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости. Аналитическое задание полупространства. Метрические задачи теории прямых и плоскостей. Тема 14. Приложение теории прямых и плоскостей к решению задач элементарной геометрии.
2 курс, 3 семестр		
5.	Раздел 5. Поверхности второго порядка	Тема 15. Понятие о поверхности второго порядка. Метод сечений. Поверхности вращения. Тема 16. Цилиндрические и конические поверхности. Тема 17. Эллипсоиды и гиперboloиды. Однополостный и двуполостный гиперboloиды. Тема 18. Параболоиды и их свойства. Эллиптический и гиперболический параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
6	Раздел 6. Геометрические преобразования	Тема 19. Движения плоскости: параллельный перенос, вращение, осевая симметрия, скользящая симметрия, их свойства. Свойства движений общего вида. Основная теорема движений плоскости. Геометрически равные фигуры и их свойства. Аналитическое выражение движений плоскости. Группа движений плоскости и ее подгруппы. Группа симметрий геометрической фигуры. Классификация движений плоскости первого рода. Теорема Шаля. Классификация движений плоскости второго рода.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание раздела
		Тема 20. Гомотетия и ее свойства. Подобия плоскости, свойства подобия. Классификация подобий плоскости. Группа подобий и ее подгруппы. Подобные фигуры. Тема 21. Аффинные преобразования плоскости, свойства. Тожественное преобразование. Аналитическое выражение аффинного преобразования. Перспективно-аффинное преобразование, его свойства. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы. Аффинно-эквивалентные фигуры. Тема 22. Инверсия плоскости относительно окружности. Свойства инверсии. Аналитическое выражение инверсии плоскости. Тема 23. Понятия о движениях пространства. Свойства движений пространства. Примеры движений пространства. Приложение теории геометрических преобразований плоскости к решению задач элементарной геометрии.
7	Раздел 7. Геометрические построения.	Тема 24. Аксиомы построения циркулем и линейкой. Основные построения. Схема решения задач на построение. Конструктивные множества/геометрические места точек. Метод конструктивных множеств (метод ГМТ, метод пересечений) при решении задач на построение. Тема 25. Применение свойств движений к решению задач на построение. Применение свойств гомотетии и подобия к решению задач на построение. Алгебраический метод решения задач на построение. Тема 26. Применение свойств инверсии к решению задач на построение. Критерий разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Задачи на построения, неразрешимые циркулем и линейкой.
2 курс, 4 семестр		
8	Раздел 8. Метод изображении	Тема 27. Основные понятия теории изображений. Центральное и параллельное проецирование. Изображение плоских фигур В параллельной проекции. Изображение пространственных фигур в параллельной проекции. Изображение многогранников при параллельном проектировании. Теорема Польке-Шварца. Изображение круглых тел при параллельном проектировании. Тема 28. Аксонометрия и ее свойства. Полные и неполные изображения. Решение позиционных задач на полных изображениях. Понятие о методе Монжа.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание раздела
9.	Раздел 9. Основания геометрии и элементы геометрии Лобачевского	Тема 29. Понятие об аксиоматическом методе. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Непротиворечивость системы аксиом на примере аксиоматики Вейля. Полнота и независимость системы аксиом на примере аксиоматики Вейля. Тема 30. Система аксиом Гильберта и следствия из аксиом. Построение евклидовой геометрии на основе аксиом Вейля. Непротиворечивость аксиоматики Гильберта. Тема 31. Пятый постулат Евклида и аксиома параллельности Плейфера. Сумма углов треугольников и пятый постулат Евклида. Первая и вторая теоремы Лежандра. Предложения, эквивалентные аксиоме параллельности (существование треугольника, сумма углов которого равна двум прямым; существование четырехугольника, сумма углов которого равна четырем прямым; существование подобных, но неравных треугольников; коллинеарность трех точек, равноудаленных от прямой; возможность описать окружность вокруг любого треугольника; пересечение любого перпендикуляра к стороне острого угла со второй стороной). Тема 32. Аксиома параллельности Лобачевского. Сумма углов треугольника и четырехугольника на плоскости Лобачевского. Признаки равенства треугольников на плоскости Лобачевского. Параллельные прямые по Лобачевскому. Признак параллельности. Существование параллельных прямых по Лобачевскому. Угол параллельности и его свойства. Функция Лобачевского. Свойства четырехугольников на плоскости Лобачевского. Свойства параллельных прямых на плоскости Лобачевского. Расходящиеся прямые на плоскости Лобачевского: признак и свойства. Окружность, эквидистанта и орицикл на плоскости Лобачевского и их свойства. Тема 33. Интерпретация плоскости Лобачевского (модель Келли-Клейна на евклидовой плоскости, модель Пуанкаре на полуплоскости и др.). Непротиворечивость планиметрии Лобачевского. Независимость аксиомы параллельности Плейфера от остальных аксиом Гильберта. Тема 34. Понятия длины отрезка, площади многоугольника и объема многогранника. Обзор аксиоматик планиметрии и стереометрии, представленных в школьных учебниках.

2. Виды самостоятельной и методические рекомендации к ее выполнению.

2.1. Подготовка к практическим занятиям.

Практические занятия являются одним из видов занятий при изучении данного курса и включают самостоятельную подготовку студентов по заранее предложенному плану темы.

В процессе подготовки к практическим занятиям студент учится:

1. самостоятельно работать с научной, учебной литературой, научными изданиями, справочниками;
2. находить, отбирать и обобщать, анализировать информацию;
3. выступать перед аудиторией;
4. рационально усваивать категориальный аппарат;
5. уметь применять теоретические знания для решения практических задач прикладного содержания

Самоподготовка к практическим занятиям включает такие виды деятельности как:

1. самостоятельная проработка конспекта лекции, учебников, учебных пособий, учебно-методической литературы;
2. конспектирование обязательной литературы; работа с первоисточниками (является основой для обмена мнениями, выявления непонятного);
3. выступления с докладами (работа над домашними заданиями и их защита);
4. выполнение практических заданий;
4. подготовка к собеседованию;
5. подготовка к тестированию;
6. подготовка к коллоквиуму.

2.2. Конспектирование учебной и научной литературы

Конспектирование относится к числу наиболее важных общеучебных умений. На него опирается весь учебный процесс, так как студентам постоянно приходится использовать для подготовки к занятиям конспектирование лекций преподавателя, учебного параграфа или дополнительной литературы.

Главный смысл конспекта заключен в предельном сокращении, свертывании информации. Конспект – это вторичное рождение источника, но в ином виде – свернутом, сжатом. Конспект определяется как краткое изложение, краткая запись. Но не любую краткую запись можно назвать конспектом. Понятие конспект подразумевает объединение плана, выписок, тезисов или, по крайней мере, двух любых этих форм. Главное требование к конспекту - запись должна быть систематической, логической, связной.

Методические рекомендации к выполнению конспекта

Конспект нужен для того, чтобы:

- научиться перерабатывать любую информацию, придавая ей иной вид, тип, форму;
- выделить в письменном или устном тексте самое необходимое и нужное для решения учебной или научной задачи;
- создать модель проблемы (понятийную или структурную);
- упростить запоминание текста, облегчить овладение специальными терминами;
- накопить информацию для написания более сложной работы в виде доклада, реферата, дипломной работы, диссертации, статьи, книги.

Процедура проверки конспекта включает в себя перечень вопросов базового и повышенного уровня для собеседования.

Темы конспектирование лекционных материалов по дисциплине.

1. Флаг. Теорема о движении флагов
2. Классические задачи Древности, неразрешимые циркулем и линейкой. Возможность построения некоторых правильных многоугольников циркулем и линейкой.
3. Поверхности второго порядка, не имеющие прямолинейных образующих. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.
4. Лемма об изображении реперов в пространстве. Теорема Польке-Шварца. Следствие.

5. V постулат Евклида: а) попытки доказательства, б) параллельность прямых, основные свойства, в) сумма углов треугольника. Исследования Саккери, Ламберта, Лежандра.

6. Доказательство независимости некоторых аксиом Вейля. Доказательство непротиворечивости системы аксиом Вейля. Определение некоторых основных понятий геометрии в схеме Вейля. Доказательство некоторых теорем.

Критерий оценки конспекта.

- Полнота использования учебного материала;
- Логика изложения (наличие схем, количество смысловых связей между понятиями);
- Наглядность (наличие рисунков, символов, и пр.);
- Аккуратность выполнения, читаемость конспекта);
- Грамотность (терминологическая и орфографическая);
- Отсутствие связанных предложений, только опорные сигналы – слова, словосочетания, символы. -- Самостоятельность при составлении.

2.3. Собеседование.

Собеседование – средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.

Методические рекомендации по подготовке к собеседованию.

Собеседование представляет собой индивидуальную беседу с каждым студентом по предложенным вопросам с последующей оценкой их подготовки. Целью данной формы занятия является осуществление текущего контроля знаний по теме. В задачи собеседования входит приобретение навыка работы с источниками и литературой; умения грамотно составлять конспекты и пользоваться ими; выявлять различные точки зрения на проблему и степень ее разработанности в литературе.

Собеседование предполагает обязательное конспектирование текста или грамматического материала, а также проработку всей предложенной литературы по теме. Вопросы для собеседования приведены в разделе - 4. Методические рекомендации к практическим занятиям.

Критерий оценки собеседования.

- Умение делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры;
- Умение объяснять сущность явлений, процессов, делать выводы и обобщения;
- Соответствие требованиям настоящих методических рекомендаций;
- Полнота раскрытия выбранной темы;
- Владение математическим аппаратом;
- Знание основных процессов изучаемой предметной области.

2.4. Доклад со слайд-презентацией

Доклад — публичное, развёрнутое выступление по заранее выбранной и подготовленной теме, основанное на привлечении документальных данных, подтверждающих теоретические выкладки докладчика. Оптимальное время доклада — 5-10 минут. Во вступлении докладчик не только сообщает тему, но и указывает ее актуальность и значение. Доклад обычно сопровождается *презентацией*— это визуальной информацией, подкрепляющей или резюмирующей слова докладчика. Они не дублируют, а дополняют друг друга.

Методические рекомендации по подготовке докладов (презентации).

Работа студента над сообщением-презентацией включает отработку умения самостоятельно обобщать материал и делать выводы в заключении, умения ориентироваться в материале и отвечать на дополнительные вопросы слушателей, отработку навыков ораторства. Докладчики должны знать и уметь: сообщать новую информацию; использовать технические средства; хорошо ориентироваться в теме всего семинарского занятия; дискутировать и быстро отвечать на заданные вопросы; четко выполнять установленный регламент (не более 5-6 минут); иметь представление о композиционной структуре доклада.

Структура выступления. Вступление помогает обеспечить успех выступления по любой тематике. Вступление должно содержать: название, сообщение основной идеи, современную оценку предмета изложения, краткое перечисление рассматриваемых вопросов, живую интересную форму изложения, акцентирование внимания на важных моментах, оригинальность подхода. Основная часть, в которой выступающий должен глубоко раскрыть суть затронутой темы, обычно строится по принципу отчета. Задача основной части – представить достаточно данных для того, чтобы слушатели заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов. Заключение – ясное, четкое обобщение и краткие выводы, которых всегда ждут слушатели.

Общие требования к презентации:

- презентация не должна быть меньше 10 слайдов;
- презентация должна визуализировать текст доклада, т.е. в визуальной форме последовательно раскрывать его содержание. Каждым 1-2 абзацам текста должен соответствовать определенный слайд.

Вопросы для подготовки докладов приведены в разделе - 4. Методические рекомендации к практическим занятиям.

Критерии оценки сообщения со слайд-презентацией:

- Навыки работы с визуальными источниками.
- Умение составлять алгоритм анализа источника и следование ему.
- Научность.
- Соответствие требованиям настоящих методических рекомендаций.
- Полнота раскрытия выбранной темы.
- Умение представить полученные результаты публично.
- Соответствие презентации тексту доклада.

2.5. Подготовка рефератов.

Реферат - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения

Методические рекомендации по составлению реферата.

Реферат должен иметь определенную композицию:

- титульный лист с указанием на:
- название образовательного учреждения, где выполняется работа, кафедры и дисциплины;
- название темы работы; Ф.И.О. студента и группа;
- Ф.И.О. научного руководителя с указанием на его должность и звание;
- место (город) и год написания работы.
- план работы, который именуется оглавлением или содержанием;

- введение должно составлять одну страницу. В нем должна быть обоснована актуальность темы, определены цель и задачи работы. Актуальность (от латинского слова *actualis* - фактически существующий, настоящий, современный) – это важность, значительность данной исследовательской работы для настоящего момента, ее современность и злободневность.

- в основной части в соответствии с планом должны быть изложены поставленные вопросы.

- в заключении, которое, как правило, составляет 1 – 2 страницы, должны быть сформулированы основные выводы по сделанной работе.

- в список литературы должны включаться только те источники (книги и статьи), которые непосредственно использовались в работе над текстом реферата. Названия книг в списке располагают по алфавиту с указанием выходных данных использованных книг. Для реферата в списке литературы указывается не менее 8 – 10 разных источников информации.

Вопросы для подготовки докладов приведены в разделе - 4. Методические рекомендации к практическим занятиям.

Критерии оценки реферата:

- логическая последовательность изложения;
- аргументированность оценок и выводов, доказанность тезиса;
- ясность и простота изложения мыслей (отсутствие излишнего наукообразия);
- самостоятельность изложения материала источников (нет компиляции);
- указание в тексте на источник информации, автора излагаемой точки зрения;
- стилистическая правильность и выразительность (научный стиль речи);
- правильность оформления текстового материала, цитат, сносок, списка литературы.

2.6. Коллоквиум.

Коллоквиум представляет собой не только одну из форм текущего контроля, но и одну из активных форм учебных занятий, проводимых как в виде беседы преподавателя со студентами.

Целями коллоквиума являются: выяснение у студентов знаний, их углубление (повышение) и закрепление по той или иной теме курса; формирование у студентов навыков анализа теоретических проблем и решения ситуационных практических задач на основе самостоятельного изучения учебной и научной литературы.

Методические рекомендации по подготовке к коллоквиуму.

На самостоятельную подготовку к коллоквиуму студенту отводится 1-3 недели. Подготовка включает в себя изучение рекомендованной литературы и составление конспекта. Коллоквиум проводится либо в форме индивидуальной беседы преподавателя со студентом, либо беседы в небольших группах (3-5 человек), либо всей группы с активным обсуждением каждого вопроса.

Критерии оценки коллоквиума:

- степень добросовестности работы с литературой;
- владение изученным материалом, относящимся к рассматриваемой проблеме;
- уровень понимания проблемы (умеет раскрыть рассматриваемую проблему и высказать свое отношение (собственное мнение) к проблеме, отстаивать правоту своих суждений, умение аргументировать свое мнение).

2.7. Индивидуальное практическое задание.

Индивидуальное практическое задание – это задание, которое выполняется по индивидуальным вариантам в течение обучения одного раздела, в конце выполнения проводится защита в форме собеседования или тестирования.

Методические рекомендации по выполнению практических заданий.

Содержание индивидуального задания представляет в определенном порядке развернутый перечень вопросов, которые должны быть освещены в каждом задании. Правильно построенное содержание служит организующим началом работе обучающихся, помогает систематизировать последовательность его изложения.

Самостоятельное выполнение индивидуальных заданий по заданной тематике направлено на расширение и углубление компонентов «уметь» заданных компетенций, как правило, до уровня – «средний» и «высокий».

Содержание работы составляет, как правило, исследование вопросов по тематике, требующих освоения компонентов компетенции с целью достижения таких целевых индикаторов как: умеет применять на практике; умеет анализировать; умеет оценивать. Это достигается, например, выполнением ситуационной задачи использованием практической терминологии. Рубежный контроль уровня освоения компетенций включает защиту индивидуального задания в форме собеседования, доклада –презентации, в интерактивной форме (работа в малых группах).

Требования к оформлению индивидуального задания.

1. Индивидуальное задание выполняется в отдельной тетради.
2. Выполнение индивидуального задания заключается в письменном освещении темы, указанной в варианте-задании.
3. Новое задание оформляется с нового листа с указанием рассматриваемого вопроса.
4. На оценку индивидуального задания влияет разнообразие используемой литературы, индивидуальность выполненной работы и способность творческого мышления при ответе на поставленную тему задания. Возможно обращение за консультацией к преподавателю в удобное время.

2.8. Тестирование.

Тест – это система заданий специфической формы, определенного содержания, упорядоченных в рамках определенной стратегии предъявления, позволяющая качественно оценить структуру и эффективно измерить уровень знаний, умений и навыков по учебной дисциплине (модулю). Тестирование используется для оценки качества освоения обучающимся основной профессиональной образовательной программы по отдельным темам или разделам дисциплины.

Тест представляет собой комплекс стандартизированных заданий, позволяющий упростить процедуру измерения знаний и умений обучающихся. Обучающимся выдаются тестовые задания с формулировкой вопросов и предложением выбрать один правильный ответ из нескольких вариантов ответов.

Методические рекомендации по подготовке к тестированию.

1. Прежде всего, следует внимательно изучить структуру теста, оценить объем времени, выделяемого на данный тест, увидеть, какого типа задания в нем содержатся. Это поможет настроиться на работу.
2. Лучше начинать отвечать на те вопросы, в правильности решения которых нет сомнений, пока не останавливаясь на тех, которые могут вызвать долгие раздумья. Это позволит успокоиться и сосредоточиться на выполнении более трудных вопросов.
3. Если Вы не знаете ответа на вопрос или не уверены в правильности, следует пропустить его и отметить, чтобы потом к нему вернуться.
4. Многие задания можно быстрее решить, если не искать сразу правильный вариант ответа, а последовательно исключать те, которые явно не подходят. Метод исключения позволяет в итоге сконцентрировать внимание на одном-двух вероятных вариантах.
5. Процесс угадывания правильных ответов желательно свести к минимуму, так как это чревато тем, что студент забудет о главном: умении использовать имеющиеся накопленные в учебном процессе знания, и будет надеяться на удачу. Если уверенности в правильности

ответа нет, но интуитивно появляется предпочтение, то психологи рекомендуют доверять интуиции, которая считается проявлением глубинных знаний и опыта, находящихся на уровне подсознания.

6. При подготовке к тесту не следует просто заучивать, необходимо понять логику изложенного материала.

Критерии и шкала оценки теста

Предел длительности контроля	От 45 мин
Предлагаемое количество заданий из одного контролируемого под элемента	От 10 до 30
Последовательность выборки вопросов из каждого раздела	Определенная по разделам, случайная внутри раздела
Критерии оценки:	Выполнено верно заданий
«5», если	(90 - 100) % правильных ответов
«4», если	(70 - 89) % правильных ответов
«3», если	(50 - 69) % правильных ответов

2.9. Контрольная работа.

Контрольная работа – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу. Контрольная работа - письменное задание, выполняемое в течение заданного времени (в условиях аудиторной работы - от 30 минут до 2 часов, от одного дня до нескольких недель в случае внеаудиторного задания). Как правило, контрольная работа предполагает наличие определенных ответов.

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы.

Выполнение контрольных работ является основной частью самостоятельной работы студентов и предусматривает индивидуальную работу студентов с учебной литературой и первоисточниками по соответствующим курсам.

Целью контрольной работы является решение конкретной теоретической или практической задачи для выяснения степени усвоения изучаемого материала.

К выполнению контрольной работы предъявляются следующие требования:

- работе должны быть присущи краткость, информативность, определенная структура;
- должны быть обозначены номер и содержание вопроса, на который дается ответ.

Критерии оценки контрольной работы.

- полное раскрытие темы;
- указание точных названий и определений;
- правильная формулировка понятий и категорий;
- приведение формул и соответствующей статистики и др.

3 Методические рекомендации к практическим занятиям.

3.1. Тематический план практических занятий.

Задания для практических занятий составлены в соответствии с тематическим планом программы курса «Геометрия» (табл.2).

В таблице 2 представлен тематический план семинарских (практических) занятий.

Цель проведения практических занятий – закрепление полученных в ходе лекций теоретических знаний, их применение при решении практических заданий и выполнению самостоятельной работы.

Таблица 2 – Тематический план практических занятий

№ п/п	№ раздела дисциплины из таблицы 5.1.	Наименование практических работ	Трудоемкость (час.)
1 курс, 1 семестр			
<i>Раздел 1. Элементы векторной алгебры.</i>			
1	Тема 1.	Практическое занятие 1. Направленные отрезки и векторы. Сложение векторов и его свойства. Разность двух векторов. Умножение вектора на число и его свойства.	2
2	Тема 2.	Практическое занятие 2. Системы линейно зависимых и линейно независимых векторов и их свойства. Признаки коллинеарности и компланарности векторов.	2
3	Тема 3.	Практическое занятие 3. Векторное пространство. Базис векторного пространства. Координаты вектора в данном базисе.	2
4	Тема 4.	Практическое занятие 4. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Вычисление скалярного произведения по координатам векторов в ортонормированном базисе. Применение скалярного произведения.	2
5	Тема 5.	Практическое занятие 5. Ориентация плоскости и пространства. Векторное произведение векторов и его свойства. Применение векторного произведения. Смешанное произведение векторов и его свойства.	2
<i>Раздел 2. Метод координат на плоскости</i>			
6	Тема 6.	Практическое занятие 6. Аффинная система координат на плоскости. Прямоугольная декартова система координат на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Расстояние между двумя точками.	2
7	Тема 7.	Практическое занятие 7. Полярная система координат. Построение точек в полярной системе. Связь координат в декартовой и полярной системах.	2
8	Тема 8.	Практическое занятие 8-9. Формулы преобразования аффинной и прямоугольной системы координат. Параллельный перенос. Поворот.	4
<i>Итого 1 семестр</i>			18
1 курс, 2 семестр			
<i>Раздел 3. Уравнение линий на плоскости.</i>			
9	Тема 9.	Практическое занятие 10. Различные способы задания прямой на плоскости, уравнения прямой.	2
10	Тема 9.	Практическое занятие 11-12. Аналитическое задание полуплоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми.	4
11	Тема 9.	Практическое занятие 13. Решение задач элементарной геометрии	2
12	Тема 10	Практическое занятие 14. Эллипс, свойства эллипса. Гипербола,	2

№ п/п	№ раздела дисциплины из таблицы 5.1.	Наименование практических работ	Трудоёмкость (час.)
		свойства гиперболы. Директориальное свойство эллипса и гиперболы	
13	Тема 10	Практическое занятие 15. Парабола, свойства параболы. Виды парабол.	2
14	Тема 10	Практическое занятие 16-17. Общее уравнение кривой второго порядка. Пересечение кривой второго порядка и прямой. Асимптотические направления. Центры кривых второго порядка. Касательные к кривым второго порядка. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.	4
15	Тема 10	Практическое занятие 18-19. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Классификация кривых второго порядка. Параллельный перенос. Поворот.	4
Раздел 4. Метод координат в пространстве.			
16	Тема 11	Практическое занятие 20. Аффинная система координат в пространстве. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Деление отрезка в данном отношении. Расстояние между двумя точками. Алгебраическая поверхность и ее порядок.	2
17	Тема 12	Практическое занятие 21. Аналитическое задание полуплоскости. Метрические задачи теории прямой на плоскости. Уравнения плоскости, заданной различными способами.	2
18	Тема 12	Практическое занятие 22. Взаимное расположение плоскости и системы координат. Взаимное расположение двух плоскостей.	2
19	Тема 13	Практическое занятие 23. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых.	2
20	Тема 13	Практическое занятие 24-25. Взаимное расположение прямой и плоскости. Аналитическое задание полупространства. Метрические задачи теории прямых и плоскостей.	4
21	Тема 14	Практическое занятие 26-27. Приложение теории прямых и плоскостей к решению задач элементарной геометрии.	4
	Итого 2 семестр		36
2 курс, 3 семестр			
Раздел 5. Поверхности второго порядка			
22	Тема 15.	Практическое занятие 28. Понятие о поверхности второго порядка. Метод сечений. Поверхности вращения.	2
23	Тема 16.	Практическое занятие 29. Цилиндрические и конические поверхности.	2
24	Тема 17.	Практическое занятие 30. Эллипсоиды и гиперболоиды. Однополостный и двуполостный гиперболоиды.	2
25	Тема 18.	Практическое занятие 31. Параболоиды и их свойства. Эллиптический и гиперболический параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка	2

№ п/п	№ раздела дисциплины из таблицы 5.1.	Наименование практических работ	Трудоёмкость (час.)
<i>Раздел 6. Геометрические преобразования</i>			
26	Тема 19.	Практическое занятие 32. Классификация движений плоскости первого рода. Теорема Шаля. Параллельный перенос, вращение, осевая симметрия,	2
27	Тема 19.	Практическое занятие 33. Классификация движений плоскости второго рода, скользящая симметрия	2
28	Тема 19.	Практическое занятие 34. Свойства движений общего вида. Основная теорема движений плоскости. Геометрически равные фигуры и их свойства. Аналитическое выражение движений плоскости. Группа движений плоскости и ее подгруппы. Группа симметрий геометрической фигуры.	2
29	Тема 20	Практическое занятие 35. Гомотетия и ее свойства. Подобия плоскости, свойства подобия. Классификация подобий плоскости. Группа подобий и ее подгруппы. Подобные фигуры	2
30	Тема 21	Практическое занятие 36. Аффинные преобразования плоскости, свойства. Тождественное преобразование. Аналитическое выражение аффинного преобразования. Перспективно-аффинное преобразование, его свойства. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы.	2
31	Тема 22	Практическое занятие 37. Инверсия плоскости относительно окружности. Свойства инверсии. Аналитическое выражение инверсии плоскости.	2
32	Тема 23	Практическое занятие 38. Понятия о движениях пространства. Свойства движений пространства. Примеры движений пространства.	2
33	Тема 23	Практическое занятие 39. Приложение теории геометрических преобразований плоскости к решению задач элементарной геометрии.	2
<i>Раздел 7. Геометрические построения.</i>			
34	Тема 24	Практическое занятие 40. Аксиомы построения циркулем и линейкой. Основные построения. Схема решения задач на построение.	2
35	Тема 24	Практическое занятие 41. Конструктивные множества/геометрические места точек. Метод конструктивных множеств (метод ГМТ, метод пересечений) при решении задач на построение	2
36	Тема 25	Практическое занятие 42. Применение свойств движений к решению задач на построение. Применение свойств гомотетии и подобия к решению задач на построение.	2
37	Тема 25	Практическое занятие 43. Алгебраический метод решения задач на построение.	2
38	Тема 26.	Практическое занятие 44. Применение свойств инверсии к решению задач на построение. Критерий разрешимости задач на	2

№ п/п	№ раздела дисциплины из таблицы 5.1.	Наименование практических работ	Трудоёмкость (час.)
		построение циркулем и линейкой. Задачи на построения, неразрешимые циркулем и линейкой.	
	Итого 3 семестр		34
2 курс, 4 семестр			
Раздел 8. Методы изображения.			
39	Тема 27.	Практическое занятие 45. Центральное и параллельное проецирование. Изображение плоских фигур в параллельной проекции	2
40	Тема 27	Практическое занятие 46-47. Изображение пространственных фигур в параллельной проекции. Изображение многогранников при параллельном проектировании. Теорема Польке-Шварца.	4
41	Тема 27	Практическое занятие 48. Изображение круглых тел при параллельном проектировании.	2
42	Тема 28	Практическое занятие 49. Аксонометрия и ее свойства. Полные и неполные изображения. Решение позиционных задач на полных изображениях. Понятие о методе Монжа.	2
Раздел 9. Основания геометрии и элементы геометрии Лобачевского			
43	Тема 29	Практическое занятие 50. Понятие об аксиоматическом методе. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Непротиворечивость системы аксиом на примере аксиоматики Вейля. Полнота и независимость системы аксиом на примере аксиоматики Вейля.	2
44	Тема 30	Практическое занятие 51. Система аксиом Гильберта и следствия из аксиом. Построение евклидовой геометрии на основе аксиом Вейля Непротиворечивость аксиоматики Гильберта	2
45	Тема30	Практическое занятие 52. Пятый постулат Евклида и аксиома параллельности Плейфера. Сумма углов треугольников и пятый постулат Евклида.	2
46	Тема 31	Практическое занятие 53-55. Предложения, эквивалентные аксиоме параллельности (существование треугольника, сумма углов которого равна двум прямым; существование четырехугольника, сумма углов которого равна четырем прямым; существование подобных, но неравных треугольников; коллинеарность трех точек, равноудаленных от прямой; возможность описать окружность вокруг любого треугольника; пересечение любого перпендикуляра к стороне острого угла со второй стороной).	6
47	Тема 32	Практическое занятие 56. Аксиома параллельности Лобачевского. Сумма углов треугольника и четырехугольника на плоскости Лобачевского. Признаки равенства треугольников на плоскости Лобачевского.	2
48	Тема 32	Практическое занятие 57. Параллельные прямые по Лобачевскому. Признак параллельности. Существование	2

№ п/п	№ раздела дисциплины из таблицы 5.1.	Наименование практических работ	Трудоёмкость (час.)
		параллельных прямых по Лобачевскому. Угол параллельности и его свойства. Функция Лобачевского.	
49	Тема 32	Практическое занятие 58. Свойства четырехугольников на плоскости Лобачевского. Свойства параллельных прямых на плоскости Лобачевского. Расходящиеся прямые на плоскости Лобачевского: признак и свойства.	2
50	Тема 32	Практическое занятие 59. Окружность, эквидистанта и орицикл на плоскости Лобачевского и их свойства	2
51	Тема 33	Практическое занятие 60. Интерпретация плоскости Лобачевского (модель Келли-Клейна на евклидовой плоскости, модель Пуанкаре на полуплоскости и др.).	2
52	Тема 33	Практическое занятие 61. Непротиворечивость планиметрии Лобачевского. Независимость аксиомы параллельности Плейфера от остальных аксиом Гильберта. Псевдосфера.	2
<i>Итого 4 семестр</i>			34
Всего			122

3.2. Материалы для практических занятий.

Раздел 1-2. Элементы векторной алгебры. Метод координат на плоскости

1. Теоретические вопросы к практическим занятиям

1. Определение направленного отрезка. Основные понятия. Эквивалентные направленные отрезки. Лемма 1.
2. Определение вектора. Лемма 2. Коллинеарные векторы. Длина вектора.
3. Сумма двух векторов. Свойства сложения векторов. Правила сложения двух векторов. Правило многоугольника.
4. Определение разности двух векторов. Теорема существования и единственности разности векторов. Правила вычитания векторов.
5. Определение умножения вектора на действительное число. Свойства умножения вектора на действительное число. Теорема о коллинеарности двух векторов.
6. Определение компланарных векторов. Свойства. Теорема о компланарности трёх векторов. Разложение вектора по трём некопланарным векторам.
7. Линейная комбинация векторов. Определения линейно зависимой и независимой систем векторов. Примеры. Теорема о линейной зависимости одного вектора. Линейная зависимость n -векторов.
8. Некоторые свойства линейно зависимых и независимых систем векторов. Теорема о линейной зависимости двух векторов. Теорема о линейной зависимости трёх векторов.
9. Аффинные системы координат на плоскости и в пространстве. Примеры.
10. Координаты точки на плоскости и в пространстве. Нахождение координат вектора по

координатам его начала и конца. Ортонормированная система координат.

11. Расстояние между двумя точками. Определение деления отрезка в данном отношении. Примеры. Нахождение координат делящей точки.
12. Векторная проекция вектора на прямую. Единичный вектор. Ось. Скалярная проекция вектора на ось. Свойства скалярной проекции. Угол между вектором и осью. Свойство ортогональной проекции вектора на ось.
13. Определение скалярного произведения. Геометрический и физический смысл. Свойства скалярного произведения. Вычисление скалярного произведения в ортонормированном базисе. Приложение скалярного произведения к вычислению длины вектора и угла между векторами.
14. Геометрический смысл координат вектора. Направляющие косинусы. Ориентация пространства. Примеры.
15. Определение векторного произведения двух векторов. Геометрический смысл длины векторного произведения. Физический смысл векторного произведения. Свойства векторного произведения. Вычисление векторного произведения в ортонормированном базисе. Приложение векторного произведения к вычислению площади параллелограмма и треугольника. Коллинеарность векторов.
16. Определение смешанного произведения трёх векторов. Геометрический смысл смешанного произведения. Свойства смешанного произведения.
17. Вычисление смешанного произведения в ортонормированном базисе.
18. Приложение смешанного произведения к вычислению объёмов параллелепипеда, треугольной призмы, тетраэдра.

2. Контрольное задание для выполнения самостоятельной работы и оценки освоения раздела.

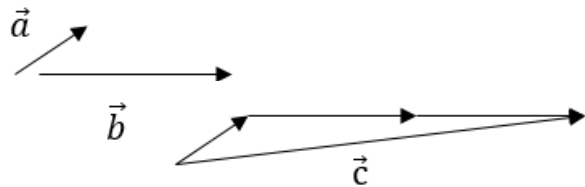
Тестовые задания

I. Тип заданий: выбор одного правильного варианта из предложенных вариантов ответов

1. Если даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$

то справедливо равенство:

1. $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$
2. $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$
3. $\vec{c} = \vec{b} - 2\vec{a}$
4. $\vec{c} = 2\vec{b} - \vec{a}$



2. Найти работу силы: $\vec{f}\{0;-1;5\}$, если точка её приложения, двигаясь прямолинейно перемещается из точки $A(0;-3;2)$ в точку $B(5;1;-1)$:

1. 10 ; 2. (0;-4;-15) ; 3. -19 ; 4. 19.

3. Если $\alpha = \frac{\pi}{3}$ - угол между вектором $\vec{a}$ и положительным направлением оси l ,

$np_l \vec{a} = 1,5$, то длина вектора $\vec{a}$ равна:

1. $\frac{3}{\sqrt{3}}$ 2. 1/3 3. $\sqrt{3}$ 4. 3

4. Если векторы $\vec{a}\{a_x; a_y; a_z\}$, $\vec{b}\{b_x; b_y; b_z\}$, $\vec{c}\{c_x; c_y; c_z\}$ образуют базис, то:

1.

$$\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 0;$$

2.

$$\begin{vmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{vmatrix} \neq 0$$

3.

$$a_x b_x c_x + a_y b_y c_y + a_z b_z c_z = 0$$

4.

$$a_x b_x c_x a_y b_y c_y a_z b_z c_z = 0$$

5. Найти координаты вектора $\vec{m} = \overrightarrow{AB}$ и его середину C , если $A(-1; 2; -4)$, $B(3; -2; 5)$:

1. $(4; -4; 9)$; $C(1; 0; 1/2)$ 2. $(2; 0; 1/2)$; $C(-2; 2; -9/2)$

3. $(-4; 4; 9)$; $C(1; 0; 1/2)$ 4. $(4; 4; 1)$; $C(-2; 2; 1/2)$

6. Центр масс треугольника с вершинами $A(-3; 3)$, $B(-1; 4)$, $C(5; 7)$ равен:

1. $K\left(1; \frac{14}{3}\right)$ 2. $K\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ 3. $K\left(3; \frac{14}{3}\right)$ 4. $K\left(\frac{1}{3}; \frac{14}{3}\right)$

7. Даны точки $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, точка C делит отрезок AB в отношении $\lambda: \frac{AC}{CB} = \lambda$, тогда координаты точки C , находятся по формуле:

1. $x = x_2 + \lambda x_1; y = y_2 + \lambda y_1$ 2. $x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}; y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$

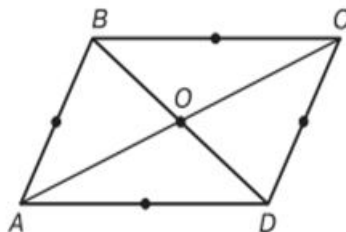
3. $x = \frac{x_2 + \lambda x_1}{\lambda + 1}; y = \frac{y_2 + \lambda y_1}{\lambda + 1}$ 4. $x = \frac{x_1 + x_2}{\lambda}; y = \frac{y_1 + y_2}{\lambda}$.

8. Орт вектора $\vec{a}\{3; 4; -12\}$ равен:

1. $\vec{e}\left\{\frac{3}{13}; \frac{4}{13}; -\frac{12}{13}\right\}$; 2. $\vec{e}\{3; 4; -12\}$; 3. $\vec{e}\left\{\frac{3}{13}; \frac{4}{13}; \frac{12}{13}\right\}$; 4. $\vec{e}\left\{\frac{13}{3}; \frac{13}{4}; -\frac{13}{12}\right\}$.

9. Дан параллелограмм $ABCD$, O – точка пересечения его диагоналей. Найти координаты вектора $\vec{r}$ в базисе $\overrightarrow{DO}$, где $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AC}$, $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AB}$

1. $\left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$



$$2. \left\{ \frac{1}{2}; -1 \right\}$$

$$3. \left\{ 1; -\frac{1}{2} \right\}$$

$$4. \left\{ 1; \frac{1}{2} \right\}$$

10. Даны векторы $\vec{a}\{1;2;3\}$, $\vec{b}\{0;-1;3\}$. Длина вектора $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ равна:

$$1. \sqrt{38} \quad 2. \sqrt{10} \quad 3. \sqrt{8} \quad 4. \sqrt{13}$$

11. Если выражение $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{b}$ - линейная комбинация n - мерных векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ то векторы являются линейно независимыми если:

$$1. \vec{b} = \vec{0} \text{ при условии } \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$$

$$2. \vec{b} = \vec{0} \text{ при условии хотя бы одно число } \lambda_i \neq 0$$

$$3. \vec{b} = \vec{0} \text{ при } \lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \dots \neq \lambda_n$$

4. Один из векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ линейно выражается через остальные.

12. Дан вектор $\vec{AB} = \vec{a}\{a_x; a_y\}$, где начало вектора точка А имеет координаты $(x_A; y_A)$, тогда ордината точки В равна:

$$1. y_B = y_A - a_y \quad 2. y_B = y_A + a_y \quad 3. y_B = y_A \cdot a_y \quad 4. y_B = -a_y - y_A$$

II. Тип заданий: выбор нескольких правильных вариантов из предложенных вариантов ответов

13. Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол α , то проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$ находят по

формуле:

$$1. np_{\vec{b}} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \alpha \quad 2. np_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \quad 3. np_{\vec{b}} \vec{a} = |\vec{b}| \cos \alpha$$

$$4. np_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} \quad 5. np_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|}$$

14. В полярной системе координат точка $M(l; -l)$ имеет координаты:

$$1. M(l; -l); \quad 2. M(\sqrt{2}; -\frac{\pi}{4}) \quad 3. M(\sqrt{2}; -1)$$

$$4. M(\sqrt{2}; \frac{7\pi}{4}) \quad 5. M(\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}) \quad 6. M(\sqrt{2}; \frac{3\pi}{4})$$

15. Коллинеарными являются векторы $\vec{a}\{a_x; a_y; a_z\}$, $\vec{b}\{b_x; b_y; b_z\}$.

1. $\vec{a}\{-1; 1; 2\}$, $\vec{b}\{2; 2; 3\}$. 2. $\vec{a}\{-3; 4; -2\}$, $\vec{b}\{-6; 8; -4\}$.

3. $\vec{a}\{-1; 4; 0\}$, $\vec{b}\{5; -20; 0\}$. 4. $\vec{a}\{-5; 2; -\frac{3}{2}\}$, $\vec{b}\{10; 4; 3\}$.

5. $\vec{a}\{-1; 4; 3\}$, $\vec{b}\{-1; -\frac{1}{4}; -3\}$.

III. Тип заданий: установление правильной последовательности в предложенных вариантах ответов

16. Даны векторы: $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = -2\vec{i} + \vec{k}$

Установить соответствие между задачей и ответом

ЗАДАЧА	ОТВЕТ
1) Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$	1) $\frac{5\sqrt{14}}{14}$
2) Модуль проекции вектора $\vec{c}$ на направление вектора $\vec{a}$	2) $\frac{11\sqrt{5}}{5}$
3) Косинус острого угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$	3) 5
4) Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$	4) 31
	5) $5\sqrt{3}$
	6) $\frac{11}{14}$

17. Установите соответствие векторов:

1	$(-2; 1)$ и $(-6; 3)$	1	Векторы сонаправлены
2	$(-2; 1)$ и $(4; -2)$	2	Векторы противоположны
3	$(3; -5)$ и $(-3; 5)$	3	Векторы перпендикулярны
4	$(2; 5)$ и $(-5; 2)$	4	Векторы компланарные
5		5	Векторы противоположно направлены

18. Даны векторы $\vec{a}\{a_x; a_y; a_z\}$, $\vec{b}\{b_x; b_y; b_z\}$, $\vec{c}\{c_x; c_y; c_z\}$. Установить соответствие между произведениями векторов и формулой нахождения через координаты.

ПРОИЗВЕДЕНИЕ	ФОРМУЛА
1. скалярное $\vec{a} \cdot \vec{c}$	1. $a_x b_x c_x a_y b_y c_y a_z b_z c_z$
2. векторное $\vec{a} \times \vec{b}$	2. $\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} < 0$
3. смешанное $\vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c}$ - левая тройка	3. $\vec{a}_x \cdot \vec{b}_x + \vec{a}_y \cdot \vec{b}_y + \vec{a}_z \cdot \vec{b}_z$
4. смешанное $\vec{a} \times \vec{c} \cdot \vec{b}$ - правая тройка	4. $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$
	5. $\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ c_x & c_y & c_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} > 0$

19. Даны векторы $\vec{a}\{a_x; a_y; a_z\}$, $\vec{b}\{b_x; b_y; b_z\}$, $\vec{c}\{c_x; c_y; c_z\}$. Установить соответствие между задачей и формулой решения

ЗАДАЧА	ФОРМУЛА
1. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$	1. $\frac{1}{2} \vec{a} \times \vec{b} $
2. Площадь грани пирамиды, построенной на векторах $\vec{a}$ и $\vec{c}$	2. $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$
3. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$	3. $\frac{1}{6} \vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c} $
4. Объем пирамиды, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$	4. $\vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$
5. Векторы $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарные	5. $ \vec{a} \times \vec{b} $
	6. $ \vec{c} \times \vec{b} \cdot \vec{a} $
	7. $\frac{1}{6} \vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c} $

IV. Тип заданий: задание открытого типа (самостоятельный ввод обучающимся правильного ответа в виде термина, краткого определения)

20. Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ _____, то выполняется условие $\vec{a} = \lambda \vec{b}$

21. Совокупность двух векторов не является базисом, если векторы линейно _____, то есть определитель, составленный из координат этих векторов равен _____

22. Если векторы $\vec{a}\{2; -4; 6\}$, $\vec{b}\{3; n; -5\}$ перпендикулярны, то значение n равно _____

23. Если векторы $\vec{a}\{-1;3;3\}$, $\vec{b}\{2;2;0\}$, $\vec{c}\{1;5;x\}$ компланарны, то значение переменной x равно__
24. В треугольнике с вершинами $A(0; -1)$, $B(3;2)$ и $C(5; -4)$ проведена медиана AM , длина которой равна_____

Раздел 3. Уравнение линий на плоскости. Уравнение прямой.

1. Теоретические вопросы к практическим занятиям

1. Уравнение прямой: а) заданной точкой и направляющим вектором; б) заданной двумя точками.
2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
3. Уравнение прямой «в отрезках».
4. Уравнение прямой, заданной точкой и нормальным вектором.
5. Алгебраическая линия первого порядка. Общее уравнение прямой. Теорема. Геометрический смысл коэффициентов общего уравнения прямой в ортонормированном репере.
6. Особенности расположения прямой относительно системы координат. Частные случаи общего уравнения прямой.
7. Случаи расположения двух прямых на плоскости.
8. Условие, при котором два уравнения определяют одну прямую.
9. Условия взаимного расположения двух прямых на плоскости.
10. Определение расстояния от точки до прямой. Расстояние между двумя параллельными прямыми. Отклонение точки от прямой.
11. Аналитическое задание полуплоскости.
12. Определение угла между двумя пересекающимися прямыми.
13. Вычисление косинуса угла между двумя прямыми. Условие перпендикулярности двух прямых.
14. Вычисление тангенса угла. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.

2. Контрольное задание для выполнения самостоятельной работы и оценки освоения раздела.

Примерные тестовые задания

1. Тип заданий: выбор одного правильного варианта из предложенных вариантов ответов

1. Общее уравнение прямой $Ax + By + C = 0$ параллельно оси OX если:

1. $C=0$ 2. $A=0$ 3. $B=0$ 4. $B=C$.

2. Уравнение $y=a$ в полярных координатах имеет вид:

1. $r = a \sin \varphi$ 2. $r = tg \frac{a}{\pi}$ 3. $r = \frac{a}{\sin \varphi}$ 4. $r = atg \frac{a}{\pi}$

3. Острый угол между прямыми $5x - y + 7 = 0$ и $3x + 2y = 0$ равен:

1. $\frac{\pi}{4}$ 2. $\frac{\pi}{6}$ 3. $\frac{2\pi}{3}$ 4. $\frac{\pi}{3}$

4. Преобразуйте уравнение в полярном виде $r \sin \varphi = 4$ в прямоугольную функцию:

1. $y=4x$ 2. $y=4$ 3. $y=4x+1$ 4. $y=4x-1$

5. Расстояние от точки $M(x_0; y_0)$ до прямой $Ax+By+C=0$ находится по формуле:

1. $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{A^2 + B^2} \right|$ 2. $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

3. $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{A + B} \right|$ 4. $d = \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

6. Угловой коэффициент прямой, проходящей через точки $A(-3; 1)$ и $B(2; -6)$ равен:

1. 5 2. $5/7$ 3. $-5/7$ 4. $-7/5$

7. Прямая, проходящая через точку $M(1; -2)$ перпендикулярно прямой $2x+3y-3=0$ имеет вид:

1. $2x+3y+4=0$ 2. $3x-2y+1=0$; 3. $3x-2y-7=0$ 4. $3x+2y+7=0$

8. Уравнение прямой имеет вид: $y+x-2=0$, угол наклона этой прямой к положительному направлению оси Ox равен:

1. 90° 2. 30° 3. 135° 4. 45°

II. Тип заданий: выбор нескольких правильных вариантов из предложенных вариантов ответов

9. Дана прямая, для которой известны: координаты направляющего вектора (m, n) ; координаты нормального вектора (A, B) ; две точки прямой $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$. Укажите формулу нахождения углового коэффициента прямой:

1. $k = -\frac{m}{n}$ 2. $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 3. $k = -\frac{B}{A}$

4. $k = -\frac{A}{B}$ 5. $k = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$ 6. $k = \frac{n}{m}$

10. Из предложенных прямых выберите параллельные:

1. $y = -2x + 1$; $y = 2x + 4$ 2. $y = -x + 2$; $y = -x - 2$

3. $5x - y + 1 = 0$; $10x - 2y - 7 = 0$ 4. $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$; $6x - 8y - 3 = 0$

5. $3x - 4y + 1 = 0$; $5x + 3y - 4 = 0$ 6. $y = -\frac{1}{3}x - 2$; $\frac{x}{12} + \frac{y}{4} = 1$

13. В полярной системе координат точка $M(1; -1)$ имеет координаты:

1. $M(1; -1)$ 2. $M(\sqrt{2}; -\frac{\pi}{4})$ 3. $M(\sqrt{2}; -1)$
4. $M(\sqrt{2}; \frac{7\pi}{4})$ 5. $M(\sqrt{2}; \frac{\pi}{4})$ 6. $M(\sqrt{2}; \frac{3\pi}{4})$

14. Для уравнения прямой $Ax + By + C = 0$, выберите верные выражения:

1. $\vec{n}\{A; B\}$ - нормальный вектор прямой;
2. $\vec{s}\{A; B\}$ - направляющий вектор прямой
3. $\kappa = -\frac{A}{B}$ - угловой коэффициент прямой
4. $\vec{s}\{-B; A\}$ - направляющий вектор прямой
5. $\vec{n}\{-B; A\}$ - нормальный вектор прямой
6. $\kappa = -\frac{B}{A}$ - угловой коэффициент прямой.

III. Тип заданий: установление правильной последовательности в предложенных вариантах ответов

15. Две прямые заданы двумя видами уравнений:

1) Общими: $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$;

2) С угловыми коэффициентами: $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$

Установите соответствие между условиями и формулами выполнения этих условий.

УСЛОВИЯ	ФОРМУЛЫ
1. Если прямые $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ совпадают, то:	1. $k_1 \cdot k_2 = 1$
2. Если прямые $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ перпендикулярны, то:	2. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$
3. Если прямые $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$; перпендикулярны, то:	3. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{k_1 + k_2}{1 - k_1 k_2}$
4. Угол между прямыми: $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ находится по формуле:	4. $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$
5. Если прямые $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$; параллельны, то:	5. $k_1 = k_2 \quad b_1 \neq b_2$
6. Если прямые $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$; пересекаются, то:	6. Система $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$ имее т множество решений

7. Если прямые $y = k_1 x + b$, и $y = k_2 x + b_2$ параллельны, то:	7. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$
	8. $k_1 \cdot k_2 = -1$
	9. Система $\begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 = 0 \\ A_2 x + B_2 y + C_2 = 0 \end{cases}$ имее т единственное решений

16. Установите соответствие между условиями и уравнениями прямых

Условия	Уравнения прямых
1. Прямые совпадают	1. $l_1 : 7x - 2y - 8 = 0$ $l_2 : \frac{x}{7} + \frac{y}{2} = 1$
2. Прямые перпендикулярны	2. $l_1 : 5x - y - 2 = 0$ $l_2 : \frac{x-5}{5} = \frac{y-1}{-2}$
3. Прямые параллельны	3. $l_1 : 4x - 3y - 5 = 0$ $l_2 : 8x - 6y - 10 = 0$
	4. $l_1 : 6x - 4y + 7 = 0$ $l_2 : y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

17. Установить соответствие

ДАННЫЕ	УРАВНЕНИЯ
1. Уравнение прямой, проходящей через данную точку $M(x_0; y_0)$, в данном направлении.	1. $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
2. Общее уравнение прямой	2. $x - x_0 = k(y - y_0)$
3. Уравнение прямой, проходящей через данную точку $M(x_0; y_0)$, параллельной данному вектору (канонический вид)	3. $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$
4. Уравнение прямой в отрезках;	4. $x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$
5. Уравнение прямой с угловым коэффициентом;	5. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$
6. Нормальное уравнение прямой	6. $Ax + By + C = 0$
7. Уравнение прямой, проходящей через данную точку $M(x_0; y_0)$, перпендикулярно	7. $y - y_0 = k(x - x_0)$

данному вектору	
8. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.	8. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
	9. $\frac{y - y_0}{m} = \frac{x - x_0}{n}$
	10. $y = kx + b$

IV. Тип заданий: задание открытого типа (самостоятельный ввод обучающимся правильного ответа в виде термина, краткого определения)

18. Уравнение вида $\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \end{cases}$ это - _____ уравнение прямой, где _____ вектор имеет координаты - m, n .

19. Точка $M(x; y)$ лежит на оси OX и равноудалена от точки $B(-1; -2)$ и начала координат. Тогда абсцисса точки M равна _____

20. Расстояние от точки $A(1; 2)$ до прямой $6x + 8y + 5 = 0$ равно:

21. Если система $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$ не имеет решения, то прямые $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ _____

22. Найти сумму координат точки пересечения прямых: $4x - 3y - 11 = 0$ и $5x + 2y - 8 = 0$

Раздел 3. Линии второго порядка.

Линии второго порядка

1. Теоретические вопросы к практическим занятиям

1. Определение эллипса. Основные понятия.
2. Вывод канонического уравнения эллипса. Изучение свойств эллипса по каноническому уравнению. Эксцентриситет эллипса.
3. Параметрические уравнения эллипса.
4. Построение точек эллипса циркулем и линейкой.
5. Определение гиперболы. Основные понятия.
6. Вывод канонического уравнения гиперболы. Изучение свойств гиперболы по каноническому уравнению. Эксцентриситет гиперболы. Равнобочная гипербола.
7. Определение параболы. Основные понятия.
8. Вывод канонического уравнения параболы. Изучение свойств параболы по каноническому уравнению. Частные случаи уравнения параболы.
9. Определения директрис эллипса и гиперболы. Свойства. Общие определяющие свойства эллипса, гиперболы и параболы. Теорема.
10. Определение линии второго порядка. Классификация линий второго порядка. Понятие центральных и не центральных линий.
11. Приведение уравнений второго порядка к каноническому виду с помощью преобразований системы координат: параллельного переноса, поворота.

2. Контрольное задание для выполнения самостоятельной работы и оценки освоения раздела.

Контрольная работа №1 «Кривые второго порядка»

Примерный вариант.

1. Составить уравнение гиперболы, если $\varepsilon=12/13$, фокус имеет координаты (0,13). Построить эту гиперболу.

2. На эллипсе $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ найти точку, расстояние которой от правого фокуса в четыре раза больше расстояния ее от левого фокуса.

3. Найти координаты фокуса, уравнение директрисы и фокальный параметр параболы $x^2 = -4y$

4. Определить тип кривой второго порядка. Привести уравнения к каноническому виду, построить старые и новые оси координат и саму кривую. Найти точки пересечения кривых со старыми осями координат.

а) $x^2 - 4y^2 + 8x - 24y - 24 = 0$; б) $x^2 + 6x + 5 = 2y$; в) $3x^2 - 6x + 2y^2 + 8y + 5 = 0$

5. Уравнения кривых привести с помощью преобразований (параллельного переноса и поворота осей координат) к каноническому виду. Построить кривую.

а) $4x^2 + 4xy + y^2 - 16x + 20y = 0$; б) $3x^2 - 4xy - 12x + 8y + 4 = 0$

Раздел 4. Метод координат в пространстве. Прямая линия и плоскость.

1. Теоретические вопросы к практическим занятиям.

1. Уравнения плоскости, заданной точкой и направляющим подпространством.
2. Уравнения плоскости, заданной тремя точками.
3. Уравнение плоскости «в отрезках».
4. Уравнение плоскости, заданной точкой и нормальным вектором.
5. Общее уравнение плоскости. Теорема.
6. Геометрический смысл коэффициентов общего уравнения плоскости в ортонормированном репере.
7. Лемма о параллельности вектора и плоскости.
8. Особенности расположения плоскости относительно системы координат. Частные случаи общего уравнения плоскости.
9. Определение угла между двумя плоскостями.
10. Вычисление угла между двумя плоскостями.
11. Условие перпендикулярности двух плоскостей.
12. Определение расстояния от точки до плоскости.
13. Нахождение расстояния от точки до плоскости.
14. Вычисление расстояния между двумя параллельными плоскостями.
15. Отклонение точки от плоскости.
16. Аналитическое задание полуплоскости.

2. Контрольное задание для выполнения самостоятельной работы и оценки освоения раздела.

Контрольная работа №2 «Прямая и плоскость в пространстве»

Примерный вариант.

1. Установить взаимное расположение двух прямых:

$$\begin{cases} x=3+t \\ y=-1+2t \\ z=4, \quad t \in R \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x-3y+z=0 \\ x+y-z+4=0 \end{cases}$$

2. Вычислить острый угол между прямыми:

$$\begin{cases} x=-4t \\ y=5+2t, \quad t \in R \\ z=-2+4t \end{cases} \quad \text{и} \quad \frac{x+4}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{-6}$$

3. При каком λ прямая: $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-5+3t, \quad t \in R \\ z=2+7t \end{cases}$ параллельна плоскости $2x - 5y + \lambda z - 1 = 0$?

4. Найти расстояние от точки $p(1, -1, 2)$ до прямой $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-8}{2}$

5. Вывести уравнение геометрического места точек, отклонения которых от плоскости $6x + 3y + 2z - 10 = 0$ равно -3

Раздел 5. Поверхности второго порядка

1. Теоретические вопросы к практическим занятиям

1. Алгебраическая поверхность. Общее уравнение поверхности. Примеры.
2. Определение поверхности второго порядка. Основные понятия.
3. Метод сечения. Теорема.
4. Определение поверхности вращения. Основные понятия. Примеры.
5. Уравнение поверхности вращения. Теорема.
6. Вывод уравнения сферы, круговой цилиндрической поверхности, круговой конической поверхности.
7. Определение и способ задания цилиндрической поверхности. Уравнение цилиндрической поверхности. Теорема. Цилиндрические поверхности второго порядка. Практическое применение поверхности.
8. Определение и способ задания конической поверхности. Каноническое уравнение конической поверхности второго порядка. Конические сечения. Практическое применение поверхности.
9. Определение эллипсоида. Свойства. Исследование эллипсоида методом сечения.

- Построение. Эллипсоид вращения. Практическое применение поверхности.
10. Виды гиперboloидов. Однополостный гиперboloид. Определение и свойства. Исследование однополостного гиперboloида методом сечения. Построение.
 11. Однополостный гиперboloид вращения. Двуполостный гиперboloид. Определение и свойства. Исследование двуполостного гиперboloида методом сечения. Построение. Двуполостный гиперboloид вращения.
 12. Виды параболоидов. Эллиптический параболоид. Определение и свойства. Параболоид вращения. Исследование эллиптического параболоида методом сечения. Построение.
 13. Гиперболический параболоид. Определение и свойства. Исследование гиперболического параболоида методом сечения. Построение. Практическое применение поверхностей.
 14. Определение прямолинейной образующей. Прямолинейные образующие цилиндрических и конических поверхностей.
 15. Свойства прямолинейных образующих однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида. Практическое применение свойств прямолинейных образующих.
 16. Определение векторного n -мерного пространства. Базис. Координаты вектора. Определение аффинного n -мерного пространства. Координаты точки. Деление отрезка в данном отношении.
 17. Определение и уравнения k -плоскости. Определение евклидова векторного n -мерного пространства. Ортонормированный базис. Длина вектора.
 18. Определение евклидова n -мерного пространства. Нахождение расстояния между двумя точками. Вычисление величины угла.
 19. Определение квадрики. Приведение квадрики к каноническому и нормальному виду в аффинном n -мерном пространствах. Квадрики в двумерном и трехмерном пространствах.

2. Контрольное задание для выполнения самостоятельной работы и оценки освоения раздела.

Контрольная работа №3 «Поверхности второго порядка»

Примерный вариант.

1. Изобразить цилиндрические поверхности, заданные уравнениями:
 $a) x^2 + 4y = 0;$ $б) x^2 + y^2 - 2y = 0.$
2. Составить уравнение конической поверхности, зная ее вершину $S(0;0;8)$ и направляющую линию.

$$\begin{cases} z = 0 \\ y^2 = 4x \end{cases}$$

Найти образующие этой поверхности, лежащие в плоскости Oxz .
3. Определить тип поверхностей второго порядка, заданных уравнениями. Построить изображения этих поверхностей.
 $a) x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 24 = 0;$
 $б) x^2 - 2y^2 + 3z^2 = 0;$
 $в) x^2 - 2y^2 + 3z^2 - 6 = 0;$

4. Плоскость в пространстве A_5 натянута на точки $A(0;0;1;1;0)$, $B(0;0;0;1;2)$, $C(7;3;1;-2;0)$. Составить: а) параметрические уравнения плоскости; б) систему общих уравнений плоскости.

$$f = x_1^2 + x_2^2 - 2x_3^2 - 2x_4^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_4$$

5. Привести к нормальному виду квадратичную форму используя выделение полных квадратов, записать формулы преобразования переменных.

6. Привести к каноническому виду уравнение эллипсоида пространства E_3 :

$$x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_1 + 8x_2 + 12x_3 - 4 = 0 \quad \text{Как называется эта эллипсоид?}$$

7. Привести к каноническому виду квадратичную форму

$f = x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_1x_4 - 6x_3x_4$ двумя способами: а) выделением полных квадратов; б) методом Лагранжа. Записать формулы преобразования.

8. Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной.

$$x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + 8x_1 - 8 = 0,$$

9. В пространстве A_3 привести к нормальному виду эллипсоид

написать преобразования, указать ее вид и построить в аффинной системе координат.

10. Привести к каноническому виду уравнение эллипсоида в пространстве E_3 , найти уравнения преобразования системы координат и построить ее. Уравнение эллипсоида:

$$x_1^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_2 - 4x_3 + 1 = 0$$

11. В пространстве E_4 найти центр и радиус сферы, заданном уравнением:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 6x_2 + 8x_3 = 0.$$

Раздел 6. Геометрические преобразования

1. Теоретические вопросы к практическим занятиям

1. Определение отображения множеств. Основные понятия. Примеры. Частные случаи отображения.
2. Отображение, обратное данному отображению. Определение отображений множеств. Определение преобразования множества. Тожественное преобразование.
3. Определение движения плоскости. Примеры движений. Теорема о движении репера. Основная теорема о движении реперов. Свойства движения плоскости.
4. Определение рода движений. Уравнения движения. Частные случаи уравнений движения плоскости.
5. Определение инвариантной точки и инвариантной прямой. Леммы 1 и 2.
6. Классификация движений первого рода. Классификация движений второго рода. Таблица классификации движений плоскости. Представление движения через композицию осевых симметрий.

7. Определение преобразования подобия. Примеры. Гомотетия. а) Определение гомотетии; б) Теорема: «Гомотетия – подобие»; в) частные случаи гомотетии; г) уравнения гомотетии; д) свойства гомотетии; е) композиция двух гомотетий с общим центром, обратная гомотетия.
8. Основная теорема преобразования подобия плоскости. Свойства подобия плоскости. Два вида подобий плоскости. Уравнения подобия. Теорема об инвариантных точках преобразования подобия.
9. Классификация подобий первого рода. Классификация подобий второго рода. Таблица классификаций подобий плоскости.
10. Определение аффинного преобразования плоскости. Частные случаи. Лемма. Основная теорема аффинного преобразования плоскости. Следствие. Теорема об аффинном преобразовании реперов.
11. Два рода аффинных преобразований. Уравнения аффинного преобразования плоскости.
12. Определение перспективно-аффинного преобразования плоскости. Его уравнения и свойства. Построение родственных точек. Частные случаи перспективно-аффинных преобразований: а) косое сжатие плоскости, косая симметрия; б) сжатие к прямой; в) сдвиг плоскости.
13. Понятие конструктивной геометрии. Инструменты геометрических построений. Основные фигуры и аксиомы построений циркулем и линейкой (простейшие построения).
14. Постановка задачи на построение. Основные построения, выполняемые циркулем и линейкой (элементарные задачи на построение). Схема решения задачи на построение. Методы решения задач на построение.
15. Основные множества точек на плоскости. Сущность метода пересечений фигур. Применение метода к решению задач на построение.
16. Сущность метода геометрических преобразований. Метод параллельного переноса. Метод осевой симметрии. Метод центральной симметрии. Метод поворота. Метод подобия. Примеры.
17. Сущность алгебраического метода. Однородные выражения. Теорема об однородных выражениях первой степени.
18. Построение отрезков по простейшим формулам. Классы однородных выражений первой степени. Построение отрезков, длины которых не являются выражениями первой степени.
19. Признак разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Следствие. Примеры задач, неразрешимых циркулем и линейкой.

2. Контрольное задание для выполнения самостоятельной работы и оценки освоения раздела.

Коллоквиум «Преобразования плоскости. Приложение»

Теоретические вопросы – смотреть вопросы к разделу.

Примерные практические задания.

1. Написать формулы осевой симметрии плоскости по координатам двух симметричных точек: $A(1, -2)$, $B(3, 4)$.
2. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка $M(3, 1)$ переходит в точку $M'(1, -2)$.

3. Написать уравнение образа прямой l при повороте вокруг точки M на угол φ :

$$M(0, 0), \varphi = \frac{\pi}{2}, l: x+y=0.$$

4. Определить вид преобразования, если в прямоугольной декартовой системе координат оно дано уравнениями: $x'=2x, y'=2y$.
5. Найти прообраз точки $M(3, -2)$ при гомотетии с центром в точке $C(2, -4)$ и коэффициентом $k=3$.
6. Найти образ прямой $x-y+3=0$ при центрально-подобной симметрии относительно оси $x=-3$ с центром в точке $M(-3, 2)$ и коэффициентом $k=5$.
7. Показать, что данное преобразование f – подобие. Определить его род и

неподвижную точку. Композицией таких преобразований является:

$$f: \begin{cases} x' = \frac{5\sqrt{3}}{2}x - \frac{5}{2}y \\ y' = \frac{5}{2}x + \frac{5\sqrt{3}}{2}y - 1 \end{cases}$$

8. Дано преобразование f . Найдите образ и прообраз точки M_0 ; образ и прообраз прямой l . Определите вид преобразования f . Напишите уравнения неподвижных прямых и координат двойных точек, если такие прямые и точки имеются.

№ зад	Уравнения преобразования f	M_0	Уравнения прямой l
1	$\begin{cases} x' = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y + 1 \\ y' = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y \end{cases}$	$(1, 0)$	$x + y - 2 = 0$
2	$\begin{cases} x' = 5x - 4 \\ y' = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2\sqrt{3}}y \end{cases}$	$(4, -3)$	$2x - 3y + 5 = 0$

Раздел 7. Геометрические построения.

1. Теоретические вопросы к практическим занятиям

1. Аксиомы построения циркулем и линейкой. Основные построения. Схема решения задач на построение.
2. Конструктивные множества/геометрические места точек. Метод конструктивных множеств (метод ГМТ, метод пересечений) при решении задач на построение.
3. Применение свойств движений к решению задач на построение. Применение свойств гомотетии и подобия к решению задач на построение. Алгебраический метод решения задач на построение.
4. Применение свойств инверсии к решению задач на построение. Критерий разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Задачи на построения, неразрешимые циркулем и линейкой.

2. Контрольное задание для выполнения самостоятельной работы и оценки освоения раздела.

Индивидуальное практическое задание №2 «Геометрические построения»».
Примерный вариант.

Раздел 8. Методы изображений.

1. Теоретические вопросы к практическим занятиям

1. Определение изображения. Основные понятия. Основная теорема об изображении плоских фигур.
2. Изображение плоских n -угольников: треугольников, четырёхугольников, трапеций, параллелограммов, правильных 6 и 8-угольников.
3. Изображение окружности. Основные теоремы и способы построения.
4. Изображение многогранников: параллелепипедов, пирамид.
5. Изображения цилиндра и конуса. Изображение шара и его частей.
6. Понятие о полных и неполных изображениях. Задание точек, прямых и плоскостей в полных изображениях.
7. Построение сечений простейших многогранников (призм, пирамид). Построение сечений цилиндров и конусов.
8. Евклидово определённое изображение. Метрические задачи на плоскости и в пространстве. Примеры.

2. Контрольное задание для выполнения самостоятельной работы и оценки освоения раздела.

Индивидуальное практическое задание №2 «Методы изображений».

Примерный вариант.

Задание №1.

1. Дано изображение прямоугольного треугольника, длины катетов которого относятся как 3:4. Построить изображение центра вписанной в него окружности.
2. Дано изображение ромба с острым углом 45° . Построить изображение его высоты.
3. Построить изображение правильного восьмиугольника.
4. Дано изображение правильного треугольника, в который вписан треугольник MNP . Построить изображения высот треугольника MNP .

5. Дано изображение квадрата ABCD и точек M, N на его смежных сторонах. Построить, изображение перпендикуляра, опущенного из центра O квадрата на прямую MN.
6. Построить изображение центра окружности, вписанной в треугольник с отношением сторон 2:3:4.

Задание №2. Решите задачи методом внутреннего проектирования и методом следа

1. Дано изображение многогранника:

- а) пятиугольной пирамиды;
- б) пятиугольной призмы;
- в) пятиугольной усечённой пирамиды.

Постройте изображение сечения этого многогранника плоскостью, проходящей через три точки, из которых две на несмежных боковых гранях, одна на боковом ребре, не принадлежащем ни одной из этих граней.

2. Дано изображение многогранника:

- а) пятиугольной пирамиды;
- б) пятиугольной призмы;
- в) пятиугольной усечённой пирамиды.

Постройте изображение сечения этого многогранника плоскостью, проходящей через три точки, из которых одна на боковом ребре, одна на боковой грани, не содержащей это ребро, одна на плоскости (нижнего) основания внутри него.

3. Дано изображение многогранника:

- а) пятиугольной пирамиды;
- б) пятиугольной призмы;
- в) пятиугольной усечённой пирамиды.

Постройте изображение сечения этого многогранника плоскостью, проходящей через три точки, из которых одна на боковой грани, одна внутри многогранника, одна на стороне основания.

Раздел 9. Основы геометрий.

1. Теоретические вопросы к практическим занятиям

1. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Краткий обзор. Значение и критика системы Евклида.
2. Определение трёхмерного евклидова пространства по Вейлю. Система аксиом Вейля трёхмерного евклидова пространства. Проверка системы аксиом Вейля на непротиворечивость (содержательная непротиворечивость системы аксиом Вейля).
3. Возникновение неевклидовой геометрии (К. Гаусс, Я. Бояи, Н. И. Лобачевский).
4. Определение математической структуре. Теория структур. Примеры.
5. Интерпретация системы аксиом. Модель структуры. Примеры.
6. Изоморфизм структур. Примеры. Требования, предъявляемые к системе аксиом.
7. Система аксиом Гильберта трёхмерного евклидова пространства. Обзор следствий из аксиом. Непротиворечивость системы аксиом Гильберта.
8. Понятие об измерении отрезка. Измерение отрезка в различных аксиоматиках. Теоремы существования и единственности измерения отрезков.
9. Определение простого многоугольника. Основные понятия. Аксиоматическое определение площади многоугольника.

10. Теорема об измерении площади прямоугольника. Следствие из теоремы (площадь параллелограмма, треугольника, трапеции).
11. Характеристика многоугольника и её свойства. Теорема существования площади многоугольника.
12. Доказательство единственности площади многоугольника. Равновеликость и равносторонность многоугольников. Свойства.
13. Определение простого многогранника. Аксиоматическое определение объёма многогранника.
14. Понятие о характеристике многогранника. Теорема о существовании и единственности объёма многогранника (доказательство по желанию студента). Равновеликость и равносторонность многогранников.
15. Аксиома Лобачевского. Классификация прямых в плоскости Лобачевского.
16. Свойства параллельных прямых и расходящихся прямых в плоскости Лобачевского. Сумма углов треугольников и четырехугольников.

2. Контрольное задание для выполнения самостоятельной работы и оценки освоения раздела.

Индивидуальное практическое задание №3 «Методы изображения».

Примерный вариант.

- 1) Пусть рассматриваются элементы двух непустых множеств, элементы первого называются «точками», элементы второго – «прямыми». Между элементами этих множеств установлено бинарное отношение «инцидентность». Свойства основных понятий «точка», «прямая», «инцидентность» перечислены в следующих аксиомах:
 Аксиома 1. Любые две различные точки инцидентны хотя бы одной прямой.
 Аксиома 2. Любые две различные точки инцидентны не более чем одной прямой.
 Аксиома 3. Любой прямой инцидентны хотя бы две различные точки.
 Аксиома 4. Существуют три точки, не инцидентные одной прямой.
 - а) Придумать свою интерпретацию данной системы аксиом.
 - б) Доказать следующие теоремы:
 1. Для всяких двух точек существует единственная прямая, инцидентная каждой из этих точек.
 2. Существуют по крайней мере три прямые.
 3. Любые две прямые инцидентны не более чем одной точке.
 4. Для всякой точки существует прямая, не инцидентная ей.
- 2) Доказать эквивалентность пятого постулата Евклида и утверждения: «сумма углов треугольника равна двум прямым углам»

Подготовка рефератов для доклада

Темы рефератов.

1. Этапы развития древнегреческой геометрии.
2. Евклид и его «Начала».
3. Попытки доказательства пятого постулата Евклида.
4. Исследования Саккери, Ламберта, Лежандра.
5. Доказательство эквивалентности некоторых предложений пятому постулату.

6. Создание неевклидовой геометрии. Н. И. Лобачевский.
7. Аксиоматический подход к построению геометрии. Д. Гильберт.
8. Исторические этапы развития проективной геометрии.
9. Гаспар Монж и изображение фигур.
10. История появления и развития дифференциальной геометрии.
11. Гипотеза Пуанкаре и современная космология.
12. Топология как составная часть современной математики.

Список литературы

Основная литература:

- 1.Бабенко, А. С. Геометрия. Поверхности второго порядка / А. С. Бабенко. — Кострома: КГУ, 2020. — 40 с. — ISBN 978-5-8285-1088-7. — URL: <https://e.lanbook.com/book/160091>. — Режим доступа: по подписке ПримГАТУ. — Текст: электронный.
- 2.Далингер, В. А. Геометрия: планиметрические задачи на построение: учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. — Москва: Юрайт, 2024. — 155 с. — ISBN 978-5-534-05758-4. — URL: <https://urait.ru/bcode/540418>. — Режим доступа: по подписке ПримГАТУ. — Текст: электронный.
- 3.Кузьмин, С. Г. Геометрия: эллипс, гипербола и парабола: учебное пособие / С. Г. Кузьмин. — Омск: ОмГПУ, 2022. — 92 с. — ISBN 978-5-8268-2320-0. — URL: <https://e.lanbook.com/book/225500>. — Режим доступа: по подписке ПримГАТУ. — Текст: электронный.
- 4.Позднякова, Е. В. Геометрия. Теория изображений: учебное пособие / Е. В. Позднякова. — Новокузнецк: КГПИ КемГУ, 2019. — 132 с. — ISBN 978-5-8353-1382-2. — URL: <https://e.lanbook.com/book/169538>. — Режим доступа: по подписке ПримГАТУ. — Текст: электронный.

Дополнительная литература:

- 1.Гармаев, В. Д. Алгебра и геометрия: практикум: учебное пособие / В. Д. Гармаев, С. С. Гармаева. — Улан-Удэ: ВСГУТУ, 2015. — 84 с. — ISBN 978-5-89230-646-1. — URL: <https://e.lanbook.com/book/236306>. — Режим доступа: по подписке ПримГАТУ — Текст: электронный.
- 2.Геометрия. Повторение школьного курса математики, необходимого для овладения специальными научными знаниями по геометрии / А. С. Бабенко, Н. Л. Марголина, Е. А. Матвеева [и др.]. — Кострома: КГУ, 2021. — 54 с. — ISBN 978-5-8285-1150-1. — URL: <https://e.lanbook.com/book/201863>. — Режим доступа: по подписке ПримГАТУ. — Текст: электронный.

Содержание

Введение	3
1. Общие методические указания по освоению дисциплины (модуля).....	3
1.1.Цели и задачи дисциплины (модуля).....	4
1.2.Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю).....	4
1.3.Содержание разделов (модулей) дисциплины.....	5
2.Виды самостоятельной работы и методические рекомендации к ее выполнению...	6
3.Методические указания для практических занятий	12
3.1.Тематический план практических занятий.....	12
3.2.Материалы к практическим занятиям.....	14
Раздел 1-2. Элементы векторной алгебры. Метод координат на плоскости.....	14
Раздел 3.Уравнение прямой на плоскости.....	19
Раздел 4. Линии второго порядка.....	24
Раздел 5. Метод координат в пространстве. Прямая линия и плоскость.....	25
Раздел 6. Поверхности второго порядка.....	26
Раздел 7. Преобразования плоскости.....	28
Раздел 8. Методы изображения.....	30
Раздел 9. Основы геометрии.....	37
Список литературы	39

Савельева Екатерина Владимировна

Геометрия: Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

ЭЛЕКТРОННОЕ ИЗДАНИЕ

ФГБОУ ВО Приморский ГАТУ
Адрес: 692510, г. Уссурийск, пр-т Блюхера, 44

