

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Комин Андрей Дмитриевич

Должность: ректор

Дата подписания: 22.07.2025 09:01:50

Уникальный программный ключ:

f6c6d686f0c899fdf76a1ed8b448452ab8cac6fb1af6547b6d40cdf1bdc60ae2

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ПРИМОРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПРИНЯТО
на заседании Ученого Совета
ФГБОУ ВО Приморский ГАТУ
Протокол № 5
от 22.12.2025

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВО Приморский ГАТУ
_____ А. Э. Комин
22.12.2025

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине (модулю)

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

(наименование дисциплины)

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(код и наименование направления подготовки)

Математика и информатика

(полное наименование направленности (профиля) ОПОП)

бакалавр

квалификация выпускника

Уссурийск 2025 г.

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

а. модели контролируемых компетенций

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля):

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
Общепрофессиональные компетенции			
ОПК-5	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК 5.2	Осуществляет контроль и оценку образовательных результатов на основе принципов объективности и достоверности
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК 8.1	Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области

б. требование к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

- методы и способы контроля и оценки образовательных результатов по дисциплине «математический анализ» на основе принципов объективности и достоверности (ОПК 5.2);
- основные понятия, факты математического анализа, необходимые для осуществления профессиональной педагогической деятельности при преподавании математических дисциплин; методологию и инструментарий дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных; теорию числовых и функциональных рядов; методы решения математических задач и уравнений (ОПК 8.1);

уметь:

- использовать различные средства определения образовательных результатов обучающихся по дисциплине «математический анализ», выбирая для этого формы, наиболее целесообразные с точки зрения их эффективности; оперировать специальными научными знаниями математического анализа в профессиональном общении и предметной области (ОПК 5.2);
- решать задачи и применять методы математического анализа для решения задач, возникающих в процессе осуществления профессиональной педагогической деятельности; применять инструментарий математического анализа для осуществления профессиональной педагогической деятельности; дифференцировать и интегрировать функции одного и нескольких переменных; исследовать функции и строить графики; применять интегральное и дифференциальное исчисления функции одной и нескольких переменных к решению задач; находить разложения функций в ряды; самостоятельно работать с математической литературой (ОПК 8.1).

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 1 – Оценка контролируемой компетенции дисциплины (модуля)

№ п/п	Код контролируемой компетенции (индикатора достижения компетенции)	Контролируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства
1	ОПК 5.2	<i>Знать:</i> методы и способы контроля и оценки образовательных результатов по дисциплине «математический анализ» на основе принципов объективности и достоверности	Опрос (устно) Тест (письменно)
		<i>Уметь:</i> использовать различные средства определения образовательных результатов обучающихся по дисциплине «математический анализ», выбирая для этого формы, наиболее целесообразные с точки зрения их эффективности; оперировать специальными научными знаниями математического анализа в профессиональном общении и предметной области	Тест (письменно)
2	ОПК 8.1	<i>Знать:</i> основные понятия, факты математического анализа, необходимые для осуществления профессиональной педагогической деятельности при преподавании математических дисциплин; методологию и инструментарий дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных; теорию числовых и функциональных рядов; методы решения математических задач и уравнений	Опрос (устно) Тест (письменно)
		<i>Уметь:</i> решать задачи и применять методы математического анализа для решения задач, возникающих в процессе осуществления профессиональной педагогической деятельности; применять инструментарий математического анализа для осуществления профессиональной педагогической деятельности; дифференцировать и интегрировать функции одного и нескольких переменных; исследовать функции и строить графики; применять интегральное и дифференциальное исчисления функции одной и нескольких переменных к решению задач; находить разложения функций в ряды; самостоятельно работать с математической литературой	Тест (письменно)

Таблица 2 – Критерии и шкалы для оценки уровня сформированности компетенции в ходе освоения дисциплины

Показатели оценивания	Критерии оценки уровня сформированности компетенции ОПК-5.2 (ОПК-8.1) *			
	Неудовлетворительно, Не зачтено	Удовлетворительно, зачтено	Хорошо /зачтено	Отлично / зачтено
«Знать»	Уровень знаний ниже минимально допустимых требований; имеют место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний; допущено множество негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе; допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе; без ошибок
«Уметь»	При решении типовых (стандартных) задач не продемонстрированы некоторые основные умения. Имеют место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые (стандартные) задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, некоторые – на уровне хорошо закрепленных навыков. Решены все основные задачи с отдельными несущественными ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, без недочетов
Характеристики сформированности компетенции	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний и умений недостаточно для решения практических профессиональных задач	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний и умений в целом достаточно для решения стандартных практических профессиональных задач, потребуется дополнительная практика по большинству практических задач	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний и умений в целом достаточно для решения стандартных практических профессиональных задач	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний и умений и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических профессиональных задач
Уровень сформированности компетенции	Низкий	Пороговый	Базовый	Высокий
Сумма баллов (Б)**	0 – 60	61 – 75	76 – 85	86 – 100

* – Оценивается для каждой компетенции отдельно.

** – Суммируется балл по показателям оценивания «знать» и «уметь»; при этом соотношение компонентов компетенции в общей трудоемкости дисциплины «знать» / «уметь» составляет 40 / 60.

3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений и опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация качества подготовки обучающихся по дисциплине проводится в соответствии с локальными нормативными актами Университета и является обязательной, предназначена для определения степени достижения учебных целей по дисциплине и проводится в форме зачета в 4 семестре и экзамена в 1, 2, 3 и 5-ом семестрах. Обучающиеся готовятся к экзамену (зачету) самостоятельно. Подготовка заключается в изучении программного материала дисциплины с использованием личных записей, сделанных в рабочих тетрадях, и рекомендованных в процессе освоения дисциплины информационных источников. При необходимости обучающиеся обращаются за консультацией к преподавателю, ведущему данную дисциплину.

Форма проведения промежуточной аттестации для обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбирается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). При необходимости обучающимся инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене (зачете).

Методика оценивания

1) По стобалльной шкале в таблицу 3 занести баллы (B_i), полученные обучающимся в ходе освоения дисциплины. (Критерии представлены в таблице 2).

Таблица 3 – Пример расчетной таблицы итогового оценивания компетенций у обучающегося по дисциплине (модулю)

Код индикатора компетенции	Условное обозначение	Оценка приобретенных компетенций в баллах
ОПК 5.2	Б1	76
ОПК 8.1	Б2	86
Итого	$(\sum B_i)$	162
В среднем	$(\sum B_i)/n$	81

2) Определить оценку по дисциплине (модулю) по шкале соотнесения баллов и оценок (таблица 4).

Таблица 4 – Шкала измерения уровня сформированности компетенций в результате освоения дисциплины (модуля)

Итоговый балл	0-60	61-75	76-85	86-100
Оценка	Неудовлетворительно (не зачтено)	Удовлетворительно (зачтено)	Хорошо (зачтено)	Отлично (зачтено)
Уровень сформированности компетенций	Низкий	Пороговый	Базовый	Высокий

Знания, умения обучающихся при промежуточной аттестации **в форме зачета** определяются

«зачтено», «не зачтено».

«Зачтено» – обучающийся знает курс на уровне лекционного материала, базового учебника, дополнительной учебной, научной и методологической литературы, умеет привести разные точки зрения по излагаемому вопросу.

«Не зачтено» – обучающийся имеет пробелы в знаниях основного учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.

Показатели «знать», «уметь» при промежуточной аттестации в форме экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», что соответствует уровням сформированности компетенций «высокий», «базовый», «пороговый», «низкий».

«Отлично» – обучающийся глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

«Хорошо» – обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

«Удовлетворительно» – обучающийся усвоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

«Неудовлетворительно» – обучающийся не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания, задачи.

Текущая аттестация обучающихся по дисциплине проводится в форме контрольных мероприятий по оцениванию фактических результатов освоения дисциплины (модуля) в разрезе компетенций

4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

ОПК 5.2 Осуществляет контроль и оценку образовательных результатов на основе принципов объективности и достоверности

1 семестр

Задание 1.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

$$\left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right\}, \left\{ \sqrt[n]{n} \right\}, \left\{ \frac{n+1}{2n-1} \right\}, \left\{ \frac{n}{n^2+1} \right\}$$

Из последовательностей $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right\}, \left\{ \sqrt[n]{n} \right\}, \left\{ \frac{n+1}{2n-1} \right\}, \left\{ \frac{n}{n^2+1} \right\}$ наименьшее значение предела при $n \rightarrow \infty$ имеет последовательность:

$$1. \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

$$2. \sqrt[n]{n}$$

$$3. \frac{n+1}{2n-1}$$

$$4. \frac{n}{n^2+1}$$

Ответ: 4

Обоснование: Вычисление пределов дает следующие величины: вариант 1. $e \approx 2,71$ (это второй замечательный предел; вариант 2. $=1$; вариант 3. $=0,5$; вариант 4 $=0$

Задание 2.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Пусть функция $u(x)$ определена и ограничена в некоторой окрестности точки x_0 , а функция $v(x)$ является бесконечно большой при $x \rightarrow x_0$. Тогда при $x \rightarrow x_0$ функция

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}:$$

1. бесконечно малой
2. бесконечно большой
3. не имеет предела и ограничена
4. может иметь пределом какое-либо число

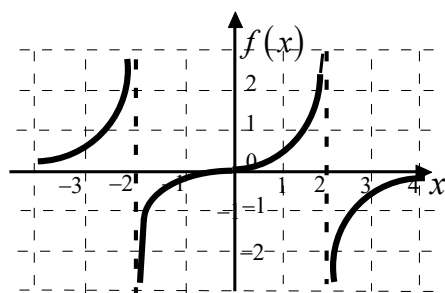
Ответ: 1

Обоснование: Т.к. функция, обратная к бесконечно большой, является бесконечно малой (по свойству бесконечно больших функций)

Задание 3.

Прочитайте текст, выберите правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Функция $f(x)$ задана графиком:



Верно утверждение

1. Функция $f(x)$ является бесконечно большой при $x \rightarrow \infty$
2. $\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x) = -\infty$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

4. Функция $f(x)$ является бесконечно малой при $x \rightarrow \infty$

Ответ: 2, 4

Обоснование: Вариант 2. По определению одностороннего (правостороннего) предела.

Вариант 4. По определению бесконечно малой функции

Задание 4.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Функция $y=f(x)$ задана параметрически в виде системы: $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$, где t – некоторый параметр. Тогда производная функции $y=f(x)$ может быть вычислена по формуле:

1. $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$

2. $y'_x = \frac{x'_t}{y'_t}$

3. $y'_x = y'_t \cdot x'_t$

4. $y'_x = \frac{1}{y'_t}$

Ответ: 1

Обоснование: по правилу дифференцирования функции, заданной параметрически

Задание 5.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны функции, которые можно охарактеризовать по критерию четности-нечетности.

Соотнесите функции и их характеристиками.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Функция		Производная	
А	$y = \arctg x$	1	$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
Б	$y = \arccos x$	2	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
В	$y = \arctg x$	3	$y' = \frac{1}{1+x^2}$
Г	$y = \arcsin x$	4	$y' = -\frac{1}{1+x^2}$
		5	$y' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
3	1	4	2

Задание 6.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Правило Лопиталя применяется для вычисления пределов. Если $f(x) \rightarrow 0$ и $\varphi(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow a$, то формульную запись правила Лопиталя представляет выражение:

1. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\varphi'(x)}{f'(x)}$
2. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$
3. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)\varphi(x) - f(x)\varphi'(x)}{\varphi^2(x)}$
4. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{\varphi^2(x)}$

Ответ: 2.

Обоснование: По правилу Лопиталя предел отношения двух бесконечно малых величин равен пределу отношения их производных

Задание 7.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Пусть дана сложная функция $y=f(u)$, где $u=g(x)$ – промежуточный аргумент, x – независимая переменная. Сформулируйте правило дифференцирования сложной функции.

Ответ: Производная сложной функции по независимой переменной равна произведению производной данной функции по промежуточному аргументу и производной промежуточного аргумента по независимой переменной.

Задание 8.

Прочитайте текст и установите соответствие.

В математическом анализе доказаны основные теоремы о дифференцируемых функциях.

Соотнесите названия теорем и их формулировки

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Название теоремы		Формулировка	
А	Теорема Ролля	1	Если функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ непрерывные на отрезке $[a, b]$, дифференцируемые в каждой внутренней точке этого отрезка и при этом производная $y = g(x)$ ни в одной из этих точек не обращается в нуль, то найдется такая внутренняя точка $x = c \in (a, b)$, что $\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$.
Б	Теорема Коши	2	Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируемая в каждой его внутренней точке, то на интервале (a, b) найдется такая точка $x = c$, что $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$.
В	Теорема Лагранжа	3	Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, дифференцируемая в каждой его внутренней точке и принимает равные значения в граничных точках отрезка, то найдётся такая внутренняя точка отрезка $x = c$, в которой производная функции

			равна нулю $f'(c) = 0$.
		4	Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируемая в каждой его внутренней точке, то на интервале (a, b) найдется такая точка $x = c$, что $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$. $f(b) - f(a) = f'(c)$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	1	2

Задание 9.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

В чем состоит геометрический смысл дифференциала функции, зависящей от одной переменной?

Ответ: Дифференциал функции $y = f(x)$ в некоторой точке при приращении независимой переменной Δx равен приращению ординаты касательной к графику функции в этой точке.

Задание 10.

Прочитайте текст и установите соответствие.

В математическом анализе известны разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Соотнесите разложения элементарных функций по формуле Маклорена с наименованиями функций, для которых эти разложения получены.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Разложение по формуле Маклорена		Функция	
А	e^x	1	$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty$
Б	$\cos x$	2	$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} \dots, \quad -\infty < x < \infty$
В	$\sin x$	3	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty$
		4	$x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad -1 < x \leq 1$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

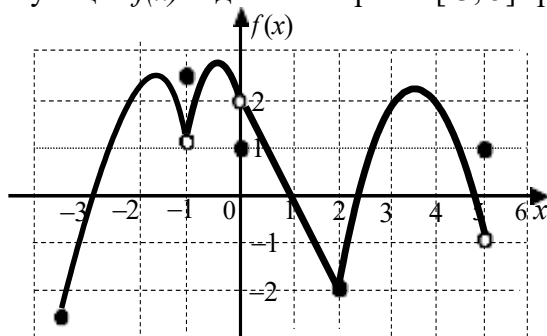
А	Б	В
1	3	2

2 семестр

Задание 11.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Функция $f(x)$ задана на отрезке $[-3; 5]$ графиком:



Правильными утверждениями являются:

1. Уравнение $f(x) = -1$ имеет четыре корня.
2. При любом значении x выполняется неравенство $f(x) < 3$.
3. На интервале $(4; 5)$ функция $f(x)$ убывает.
4. Точка $x_0 = -0,5$ является точкой максимума функции $f(x)$.

Ответ: 2;3;4

Обоснование: Выбраны варианты: номер 2 (все значения функции лежат ниже прямой $y=3$); номер 3 (по определению убывающей функции); номер 4 (по определению максимума)

Задание 12.

Прочитайте текст и установите последовательность.

Исследовать функцию, зависящую от одной переменной, можно с помощью первой производной. Для этого Вам необходимо выполнить определенную последовательность действий:

- 1) Нанести критические точки на числовую ось и исследовать знак первой производной в каждом интервале
- 2) Найти первую производную функции
- 3) Приравнять производную нулю и найти корни этого уравнения
- 4) Найти область определения функции
- 5) Если первая производная при переходе через критические точки меняет знак, то функция в этой точке имеет экстремум
- 6) Найти значение функции в точке экстремума

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо: 423156

Задание 13.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Точкой перегиба непрерывной дважды дифференцируемой в некоторой окрестности функции является точка:

1. отделяющая выпуклую часть от вогнутой (или наоборот)
2. показывающая, где возрастание функции меняется на убывание (или наоборот)
3. максимума
4. минимума

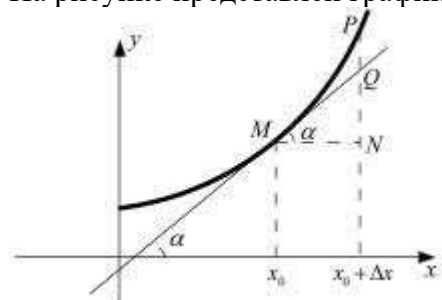
Ответ: 1

Обоснование: согласно определению точки перегиба

Задание 14.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

На рисунке представлен график функции $f(x)$ и касательная к нему:



Тогда в данном случае с помощью какого отношения как можно представить производную $f'(x_0)$?

Ответ: NQ / MN . По геометрическому смыслу производной – это тангенс угла наклона касательной к графику этой функции в данной точке. А в прямоугольном треугольнике MNQ тангенс есть отношение противолежащего катета (NQ) к прилежащему катету (MN). Поэтому искомая производная равна NQ / MN .

Задание 15.

Прочитайте текст и установите соответствие.

В дифференциальном исчислении функции нескольких переменных используется совокупность специальных понятий. **Соотнесите определение определённого термина с его названием и их характеристиками.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Определение		Термин	
А	Главная линейная часть полного приращения функции двух переменных	1	полный дифференциал
Б	Предел отношения приращения функции по выбранной переменной к приращению этой переменной, при стремлении этого приращения к нулю	2	производная по направлению
В	Вектор, координаты которого равны частным производным функции по соответствующим аргументам, вычисленным в данной точке	3	градиент функции
Г		4	частная производная

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
1	4	3

Задание 16.

Прочитайте текст, выберите правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Для производной по направлению справедливы свойства:

1. производная по направлению, противоположному l , равна производной обратной функции по данному направлению
2. Производная по направлению l имеет наибольшее значение по направлению градиента.
3. Производная по направлению l равна нулю по направлению, перпендикулярному

градиенту.

4. Если направление l совпадает с направлением оси координат, то производная по этому направлению равна соответствующей частной производной.

Ответ: 2,3,4

Обоснование: Вариант 2 следует из коллинеарности и т.к. $\cos 0 = 1$. Вариант 3. следует из ортогональности и т.к. $\cos(90) = 0$. Вариант 4. Производную по направлению можно найти как сумму произведений частных производных на соответствующий направляющий косинус. В этом случае один из углов равен 0 ($\cos 0 = 1$), а остальные 90 градусов ($\cos 90 = 0$).

Задание 17.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Функция $z=z(x; y)$ имеет частные производные второго порядка в некоторой окрестности стационарной точки $M(x_0; y_0)$ и $\Delta = z''_{xx}(M) \cdot z''_{yy}(M) - (z''_{xy}(M))^2$. Тогда согласно достаточному условию экстремума функции нескольких переменных возможны различные варианты поведения данной функции. **Соотнесите возможные варианты знаков Δ и наличия (отсутствия или др.) точек экстремума функции.**

Каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

К

Знак Δ		Вывод о наличии (отсутствии) точек экстремума и их характере	
А	$\Delta > 0$ и $z''_{xx}(M) < 0$	1	функция $z=z(x; y)$ в точке M имеет экстремум, причем максимум
Б	$\Delta < 0$	2	функция $z=z(x; y)$ в точке M имеет экстремум, причем минимум
В	$\Delta = 0$	3	функция $z=z(x; y)$ в точке M условный экстремум функции
Г	$\Delta > 0$ и $z''_{xx}(M) > 0$	4	необходимы дополнительные исследования для выяснения характера точки M
		5	функция $z=z(x; y)$ в точке M не имеет точек экстремума

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
1	5	4	2

Задание 18.

Прочитайте текст и установите последовательность.

Чтобы построить график функции, зависящей от одной переменной, необходимо провести ее исследование, в том числе и с использованием инструментария дифференциального исчисления. Для этого Вам необходимо выполнить определенную последовательность действий:

- 1) Найти область определения функции
- 2) Найти интервалы выпуклости, вогнутости графика функции и точки перегиба
- 3) Найти интервалы монотонности и экстремумы функции
- 4) Исследовать функцию на четность-нечетность и найти точки пересечения с осями координат
- 5) Найти вертикальные и наклонные асимптоты, построить график

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо: 14325

Задание 19.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Полный дифференциал функции трех переменных $u=f(x; y; z)$ имеет вид:

1. $du = \frac{\partial f(x;y;z)}{\partial x} \cdot dx$

2. $du = \frac{\partial f(x;y;z)}{\partial y} \cdot dy$

3. $du = \frac{\partial f(x;y;z)}{\partial z} \cdot dz$

4. $du = \frac{\partial f(x;y;z)}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial f(x;y;z)}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial f(x;y;z)}{\partial z} \cdot dz$

5. $du=dx+dy+dz$

Ответ: 4

Обоснование: Следует из определения полного дифференциала функции нескольких переменных

Задание 20.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Каков порядок нахождения наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных на замкнутом ограниченном множестве

Ответ: 1. Найти точки безусловного экстремума и выбрать из них те, которые принадлежат заданному множеству. 2. Найти точки условного экстремума на границе множества. 3. Из найденных в пунктах 1 и 2 точек выбрать те, в которых функция принимает наибольшее и наименьшее значения.

3 семестр**Задание 21.**

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Дать определение неопределенного интеграла.

Ответ: Множество все первообразных функций $F(x) + C$ для $f(x)$ называется неопределенным интегралом от функции $f(x)$.

Задание 22.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Для неопределенного интеграла доказаны свойства.

Соотнесите постановляющую и утверждающую части формулировок свойств неопределенного интеграла.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Постановляющая часть		Утверждающая часть	
А	Дифференциал от неопределенного интеграла равен	1	подынтегральной функции
Б	производная неопределенного интеграла равна	2	подынтегральному выражению
В	Неопределенный интеграл от	3	сумме этой функции и произвольной

	дифференциала некоторой функции равен		постоянной
Г	Неопределенный интеграл от алгебраической суммы конечного числа непрерывных функций равен	4	можно выносить за знак интеграла
Д	Постоянный множитель	5	алгебраической сумме интегралов от слагаемых функций
		6	сумме интегралов от слагаемых функций

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д
2	1	3	5	4

Задание 23.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны формулы для вычисления неопределенного интеграла. **Соотнесите неопределённый интеграл с формулой.** К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Неопределенный интеграл		Результат	
А	$\int x^n dx =$	1	$C - \cos x$
Б	$\int a^x dx =$	2	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
В	$\int \sin x dx =$	3	$\ln x + C$
Г	$\int \cos x dx =$	4	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
Д	$\int \frac{dx}{x} =$	5	$\sin x + C$
		6	$-\sin x + C$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г	Д
4	2	1	5	3

Задание 24.

Прочитайте текст и установите соответствие.

При вычислении неопределенного интеграла с помощью метода «интегрирование по частям» важно правильно выбрать u и du . **Соотнесите вид неопределенного интеграла и правило выбора u и du .** К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Вид интеграла		Правило выбора u и du	
А	$\int P(x)e^{kx} dx$, $\int P(x)a^{kx} dx$, $\int P(x) \sin kx dx$, $\int P(x) \cos kx dx$	1	$u = P(x)$, dv – все остальные сомножители.
Б	$\int P(x) \arcsin kx dx$, $\int P(x) \arccos kx dx$, $\int P(x) \arctg kx dx$, $\int P(x) \operatorname{arctg} kx dx$, $\int P(x) \ln x dx$	2	$dv = \arcsin kx$, u – все остальные сомножители
В	$\int e^{ax} \sin bx dx$, $\int e^a \cos bx dx$	3	$u = e^{ax}$, $u = \sin bx$, $u = \cos bx$ dv – все остальные сомножители
Г		4	$P(x)dx = dv$, а за u обозначить остальные сомножители

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
1	4	3

Задание 25.

Прочитайте текст и установите последовательность.

Установить правильную последовательность этапов общего правила интегрирования рациональных дробей.

1. Если дробь неправильная, то необходимо представить ее в виде суммы многочлена и правильной дроби
2. Разложив знаменатель правильной рациональной дроби на множители, представить ее в виде суммы простейших рациональных дробей
3. Проинтегрировать многочлен и полученную сумму простейших дробей.

Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо: 123

Задание 26.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Определенный интеграл – это:

1. Для неположительной функции площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком этой функции, прямыми $x = a$, $x = b$ и осью абсцисс
2. Для неположительной функции площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком этой функции, прямыми $x = a$, $x = b$ и осью абсцисс, взятая со знаком минус
3. Предел интегральной суммы при стремлении наибольшей из длин отрезков к нулю
4. Предел производной функции при стремлении аргумента к нулю

Ответ: 2, 3

Обоснование: Вариант 2 – в соответствии с порядком нахождения площади плоской фигуры с помощью определенного интеграла. Вариант 3 – Согласно определению определенного интеграла.

Задание 27.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Отметьте верные утверждения:

1. Определенный интеграл – это определенное число
2. Все свойства определенного интеграла аналогичны свойствам неопределенного интеграла
3. Неопределенный интеграл – это определенное число
4. Производная от интеграла с переменным верхним пределом по верхнему пределу равна подынтегральной функции

Ответ: 1, 4

Обоснование: Вариант 1 – Т.к. определенный интеграл представляет собой геометрически некоторую площадь, а площадь выражается числовым значением. Вариант 4 – по теореме о производной интеграла по верхнему пределу.

Задание 28.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Дать определение несобственного интеграла I рода.

Ответ: Несобственным интегралом I рода функции $f(x)$ на интервале $[a; \infty)$ называется

предел $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx = \int_a^{\infty} f(x) dx.$

Задание 29.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Определенный интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$ вычисляется с помощью подстановки:

1. $t = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$
2. $t = \sqrt[3]{x}$
3. $t = \sqrt{x}$
4. $t = \sqrt[6]{x}$

Ответ: 4

Обоснование: По правилу вычисления интеграла, содержащего иррациональные выражения, нужно выбрать такую подстановку t , которая подынтегральное выражение преобразует в рациональное относительно новой переменной t . В нашем случае НОК(3;2)=6, поэтому избавиться от иррациональности в подынтегральной функции позволит подстановка из варианта 4.

Задание 30.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Какая формула позволяет вычислить определенный интеграл, зная первообразную подынтегральной функции?

Ответ: Формула Ньютона-Лейбница, согласно которой определённый интеграл равен приращению первообразной на отрезке интегрирования:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

4 семестр

Задание 31.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны задачи, реализующие геометрические приложения определенного интеграла, и формулы. **Соотнесите задачи и расчетные формулы.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Задача		Формула	
А	Площадь криволинейной трапеции; ограниченной кривой $y = f(x)$, прямыми $x = a$, $x = b$:	1	$= \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$
Б	объем тела, полученного в результате вращения криволинейной трапеции вокруг оси абсцисс	2	$= \pi \int_a^b f^2(x) dx$
В	объем тела, полученного в результате вращения криволинейной трапеции вокруг оси ординат	3	$= \int_a^b \sqrt{1 - (f'(x))^2} dx$
Г	длина дуги кривой $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$	4	$= \int_a^b f(x) dx$
		5	$= \pi \int_c^d x^2(y) dy$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
4	2	5	1

Задание 32.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Необходимо найти площадь плоской фигуры, ограниченной графиками функций $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$. Для этого Вам необходимо выполнить определенную последовательность действий:

1. Найти абсциссы x_1 и x_2 точек пересечения графиков функций $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$
2. Найти ординаты точек пересечения графиков функций $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$
3. Записать пределы интегрирования $a = x_1$ и $b = x_2$
4. Записать пределы интегрирования $a = f(x_1)$ и $b = f(x_2)$
5. Записать подынтегральную функцию $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$
6. Записать подынтегральную функцию $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$
7. Вычислить интеграл $\int_a^b f(x) dx = A$
8. Записать искомую площадь фигуры $S = A$
9. Записать искомую площадь $S = |A|$.

Ответ: 1, 3, 5, 7, 9

Обоснование: Согласно порядку нахождения площади плоской фигуры, заключенной между графиками двух функций.

Задание 33.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Если требуется найти значение какой-либо геометрической или физической величины A (площадь фигуры, объем тела, масса стержня с переменной плотностью и т. д.), то можно для решения таких задач использовать метод интегральной суммы. Опишите основные этапы алгоритма данного метода.

Ответ: 1. Разбить отрезок $[a; b]$ на n частей точками $x_0 = a, x_1, \dots, x_n = b$. 2. Найти аналитическое выражение n элементарных слагаемых (интегральных сумм), на которые разобьётся A . 3. Найти предел интегральных сумм при длине отрезка разбиения, стремящемся к 0, а число точек разбиения n при этом стремится к бесконечности.

Задание 34.

Методы вычисления двойных интегралов $\iint_S f(x; y) dx dy$ различаются от способа задания области S , по которой производится интегрирование. **Соотнесите с областью S формулу для вычисления двойного интеграла по этой области.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Область S		Формула	
А	задана неравенствами $a \leq x \leq b$ и $c \leq y \leq d$	1	$I = \int_c^d dy \int_a^b f(x; y) dx$
Б	задана неравенствами $a \leq x \leq b$ и $f_1(y) \leq y \leq f_2(y)$	2	$I = \int_a^b dy \int_c^d f(x; y) dx$
В	задана неравенствами $f_1(x) \leq x \leq f_2(x)$ и $c \leq y \leq d$	3	$I = \int_a^b dx \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} f(x; y) dy$

		4	$I = \int_a^b dx \int_c^d f(x; y) dy$
		5	$= \int_a^b dy \int_{f_1(y)}^{f_2(y)} f(x; y) dx$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
4	3	1

Задание 35.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Если плотность $z=x+y+z$, то масса пирамиды, ограниченной координатными плоскостями и плоскостью $x+y+z=4$, вычисляется по формуле:

- $\int_0^4 dx \int_0^4 dy \int_0^4 (x+y+z) dz$
- $\int_0^4 dx \int_0^{4-x} dy \int_0^{4-x-y} (x+y+z) dz$
- $\int_0^4 dx + \int_0^4 dy + \int_0^4 dz$
- $\int_0^4 dx \int_0^4 dy \int_0^4 4 dz$
- $\int_0^4 dx \int_0^{4-x} dy \int_0^{4-x-y} 4 dz$

Ответ: 1

Обоснование: По физическому смыслу кратных интегралов.

Задание 36.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Укажите формулы, которые применяют для вычисления площади плоской фигуры в различных системах координат:

- $\iint_D dp d\varphi$
- $\iint_D \rho dp d\varphi$
- $\iint_D \rho^2 \sin \varphi dp d\varphi$
- $\iint_D dx dy$
- $\iint_D xy dx dy$

Ответ: 2, 4

Обоснование: По геометрическому смыслу кратных интегралов в случае задания кривой в полярных (вариант 2) и в декартовых (вариант 4) координатах.

Задание 37.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

В какой системе координат при вычислении тройного интеграла элемент объема $dv = \rho dr d\varphi dz$

Ответ: в цилиндрической системе координат.

Задание 38.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Дать определение криволинейного интеграла 1-го рода.

Ответ: если при $\max \Delta l_i \rightarrow 0$ интегральная сумма $\sum f(P_i) \Delta l_i$ имеет определенный конечный предел, не зависящий от способа разбиения дуги АВ и от способа выбора точек P_i , то этот предел называется криволинейным интегралом 1-го рода от функции $f(M)$ по дуге АВ.

Задание 39.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Основные свойства криволинейного интеграла 1-го рода состоят из устанавливающей и определяющей частей. **Соотнесите устанавливающую и определяющие части свойств.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Устанавливающая часть свойства		Определяющая часть свойства	
А	$\int_{AB} dl =$	1	$c_1 \int_{AB} f_1(P) dl + c_2 \int_{AB} f_2(P) dl$, где $f_1(P), f_2(P)$ - функции, интегрируемые на кривой L , c_1, c_2 - произвольные числа.
Б	$\int_{AB} f(P) dl =$	2	$\int_{BA} f(P) dl$, то есть данный интеграл не зависит от ориентации кривой.
В	$\int (c_1 f_1(P) + c_2 f_2(P)) dl =$	3	l , где l - длина дуги АВ
		4	$-\int_{BA} f(P) dl$,

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	2	1

Задание 40.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Основные свойства поверхностных интегралов первого рода:

1. $\iint_{\Sigma} d\sigma = S$, где S - площадь поверхности Σ .

2. $\iint_{\Sigma} C g(M) d\sigma = C \iint_{\Sigma} g(M) d\sigma$, где C - число.

3. $\iint_{\Sigma} (C_1 g_1(M) + C_2 g_2(M)) d\sigma = C_1 \iint_{\Sigma} g_1(M) d\sigma + C_2 \iint_{\Sigma} g_2(M) d\sigma$, где C_1 и C_2 - числа.

4. Если для каждой точки $M \in \Sigma$ верно неравенство $g_1(M) \leq g_2(M)$, то

$$\iint_{\Sigma} g_1(M) d\sigma \leq \iint_{\Sigma} g_2(M) d\sigma.$$

Ответ: 1,2,3

Обоснование: На основании свойств поверхностных интегралов.

5 семестр

Задание 41.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n} \right)^{-n^2} x^n$.

Ответ: e^3 . Использовали формулу $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{|a_n|}}$, где $a_n = \left(\frac{n+3}{n} \right)^{-n^2}$.

Задание 42.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны ряды. Соотнесите название ряда и его запись.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Ряд		Запись	
А	числовой с произвольными членами	1	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n x^n$
Б	числовой знакочередующийся	2	$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$
В	функциональный	3	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-a)^n$
Г	степенной	4	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$
		5	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В	Г
4	5	2	3

Задание 43.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Сформулировать признак Даламбера для знакопостоянных числовых рядов.

Ответ: Если для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ($a_n > 0$) существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l$, то при $l < 1$ ряд сходится, при $l > 1$ ряд расходится, при $l = 1$ вопрос остается открытым – нужно применять другие признаки.

Задание 44.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Из представленных числовых рядов сходящимися являются:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n$

$$2. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2^n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$$

$$4. \sum_{n=1}^{+\infty} 2$$

Ответ: 2, 3

Обоснование: Глядя на n -ый член каждого ряда и проверяя необходимый признак сходимости, видим, что для рядов 1 и 4 он не выполняется. Ряд 3 сходится условно. Ряд 2 – геометрический с $|q| = 1/2$, что меньше 1, поэтому он сходится. Среди данных в задании рядов только ряды 2 и 3 – сходящиеся.

Задание 45.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Дать понятие радиуса сходимости степенного ряда.

Ответ: Неотрицательное число R , такое, что при $|x| < R$ ряд сходится, а при $|x| > R$ – расходится, называется радиусом сходимости степенного ряда.

Задание 46.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Если a_i – действительные числа, а x – переменная, то среди представленных выражений степенными рядами являются:

$$1. a_1^1 + a_2^2 + a_3^3 + \dots + a_n^n + \dots$$

$$2. -x - x - x - \dots - x - \dots$$

$$3. 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^n} + \dots$$

$$4. -a_1 - a_2 - a_3 - \dots - a_n - \dots$$

$$5. 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2^2} - \dots + (-1)^n \frac{x^n}{2^n} + \dots$$

Ответ: 5

Обоснование: 1 и 4 – числовые ряды, 2 и 3 – функциональные, но не степенные, так как составлены из функций, не являющимися целыми положительными степенями переменной x . Поэтому правильный ответ: только вариант 5.

Задание 47.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Сформулированы свойства (теоремы) равномерно сходящихся рядов **Соотнесите названия свойств(теорем) и их формулировки.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Название теоремы		Формулировка	
А	Теорема о непрерывности суммы ряда	1	Если члены ряда - непрерывные на отрезке $[a,b]$ функции и ряд сходится равномерно, то и его сумма $S(x)$ есть непрерывная функция на отрезке $[a,b]$
Б	Теорема о почленном интегрировании ряда	2	Если члены ряда, сходящегося на отрезке $[a,b]$ представляют собой непрерывные функции, имеющие непрерывные производные, и ряд, составленный из этих производных, сходится на этом отрезке равномерно, то и

			данный ряд сходится равномерно и его можно дифференцировать почленно.
В	Теорема о почленном дифференцировании ряда.	3	Равномерно сходящийся на отрезке $[a,b]$ ряд с непрерывными членами можно почленно интегрировать на этом отрезке, т.е. ряд, составленный из интегралов от его членов по отрезку $[a,b]$, сходится к интегралу от суммы ряда по этому отрезку.
		4	Ряд сходится равномерно и притом абсолютно на отрезке $[a,b]$, если модули его членов на том же отрезке не превосходят соответствующих членов сходящегося числового ряда с положительными членами

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
1	3	2

Задание 48.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Представлены ряды Фурье в разных видах. Соотнесите вид ряда Фурье и его формульное обозначение.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Вид ряда Фурье		Формула	
А	Ряд Фурье для четной функции	1	$\frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + b_1 \sin x + \dots + a_n \cos nx + b_n \sin nx + \dots =$ $= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx.$
Б	Ряд Фурье для нечетной функции	2	$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx - \frac{b_0}{2}$
В	Ряд Фурье в общем виде	3	$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$
		4	$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos nx$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	4	1

Задание 49.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

В чем суть интегрального признака Коши сходимости положительного числового ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad ?$$

$\int_1^{+\infty} a_x dx$
 Ответ: Если существует несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} a_x dx$, то соответствующий ряд сходится или расходится вместе с этим интегралом.

Задание 50.

Прочитайте текст, выберите все правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

При исследовании на сходимость ряда вида $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+7}$ какие признаки сходимости числовых рядов можно использовать:

1. Даламбера
2. Лейбница
3. 1-й признак сравнения
4. 2-й признак сравнения
5. Радикальный признак Коши

Ответ: 3,4

Обоснование: на основании вида числового ряда и формулировок признаков сходимости

ОПК 8.1 Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области

1 семестр

Задание 51.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Значение параметра a , при котором функция $f(x) = \frac{1+2x^2-ax^3}{2x^3-5x+4}$ является бесконечно

малой при $x \rightarrow \infty$ равно:

1. 2
2. 0
3. 4
4. 0,25

Ответ: 2

Обоснование: При $a=0$ старшая степень – в знаменателе. По правилу раскрытия неопределенности /бесконечность/бесконечность/ получаем отношение $0/2=0$.

Задание 52.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Значение параметра a , при котором $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(ax)}{3x} = \frac{1}{2}$ равно:

1. 3
2. 1/3
3. 3/2
4. 2/3

Ответ: 3

Обоснование: Используя следствие из первого замечательного предела, получили уравнение $a/3=1/2$. Решение уравнения: $a=3/2$

Задание 53.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Вычислить значение предела $\lim_{x \rightarrow 1} y^2(x)$, если $y(x) = \frac{x^2-1}{\sqrt{2x-1}-\sqrt{x}}$

Ответ: 16. При решении использовали: следствие из свойств предела (вынесение постоянной степени за знак предела); правило раскрытия неопределенности типа $[0/0]$, когда имеется иррациональность (домножили и числитель, и знаменатель на сопряженное к иррациональному выражение).

Задание 54.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Дана функция $y = \sqrt[3]{2x-1}$. Пусть $x_0 = 1$. Вам предлагается несколько альтернатив. Необходимо выбрать верное утверждение для каждой из альтернатив. **Соотнесите выражения с их числовыми значениями.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

Выражение		Числовое значение	
А	При $\Delta x = -1/2$ отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ равно:	1	-2
Б	Значение выражения $3 \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ равно:	2	1
В	Значение дифференциала функции в точке x_0 при $\Delta x = -3$ равно:	3	2
		4	-1

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	2	4

Задание 55.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ (решение).

Точка движется по прямой линии $y = 2x + 2$ так, что её абсцисса возрастает с постоянной скоростью, равной 2. Определить скорость изменения ординаты этой точки.

Ответ: 4.

Решение. По условию проекция скорости на ось X равна 2, причем постоянна, тогда можно представить в виде $x(t) = 2 \cdot t + a$ ($a = \text{const}$). Тогда $y(t) = 2 \cdot (2 \cdot t + a) + 2 = 4 \cdot t + 2 \cdot a + 2$. Скорость изменения ординаты y равна ее первой производной по времени, то есть 4.

Задание 56.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Произведение $100 \cdot A$, где A является разностью между приращением Δf и дифференциалом df функции $f(x) = 6x^2 - 2x - 3$ в точке $x = 1$ при $\Delta x = 0,1$ равно:

1. 0

2. 1
3. 6
4. 12

Ответ: 3

Обоснование: Приращение функции = 1,06, дифференциал=1; $100A=100(1,06-1)=6$

Задание 57.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Вычислить производную функции $f(x) = -4 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ в точке $x_0=0$.

Ответ: 2.

Решение. Использовали формулу для вычисления производной сложной функции для $\operatorname{arctg} u$. После преобразований производная равна: $(2/\sqrt{1-x^2})$. Подставим $x=0$: $2/1=2$

Задание 58.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ.

Вычислить производную функции $f(x) = 12 \cdot \ln(x + \sqrt{5+x^2})$ в точке $x_0=2$.

Ответ: 4.

Решение. Использовали формулу для вычисления производной сложной функции для $\ln u$. После преобразований производная равна: $12/\sqrt{5+x^2}$. Подставим $x=2$: $12/3=4$

Задание 59.

Прочитайте текст и установите соответствие.

При вычислении производных в зависимости от вида функции нужно применять различные формулы дифференцирования. **Соотнесите функции и их производные.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Функция		Производная	
А	$f(x) = 5^{2x}$	1	$10 \cdot (2x)^4$
Б	$f(x) = (2x)^5$	2	$5^{2x} \cdot \ln 25$
В	$f(x) = (2x)^{5x}$	3	$5 \cdot (2x)^{5x} \cdot (\ln 2x + 1)$
		4	$5^{2x} \cdot \ln 5$

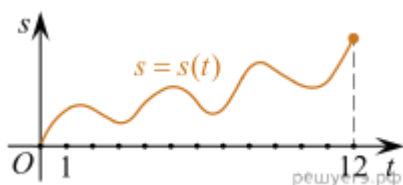
Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
2	1	3

Задание 60.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат – расстояние S . Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитываются).



1. 0
2. 6
3. 8
4. 12

Ответ: 2

Обоснование: Мгновенная скорость равна производной перемещения по времени. Значение производной равно нулю в точках экстремума функции $s(t)$. Точек экстремума на графике 6.

Задание 61.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Функция $y=f(x)$ задана параметрически в виде системы: $\begin{cases} x = \sin^2 t \\ y = \cos^2 t \end{cases}$. Найти производную функции $y=f(x)$.

Ответ: -2.

Решение. По правилу дифференцирования функции, заданной параметрически нужно найти отношение производной y по t и производной x по t . Получаем: $-4 \cdot \cos t \cdot \sin t / 2 \sin t \cdot \cos t = -2$.

Задание 62.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Для нахождения производных функций, заданных в неявном виде, применяется определенный порядок (правило) их дифференцирования. Используя это правило, вычислите значения производных неявных функций в заданных точках. **Соотнесите функции и их производные.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Функция		Значение производной в точке	
А	$e^y = x + y$ в точке (2;1)	1	0,5
Б	$y - \sin y = x$ при $y = \pi/2$	2	1
В	$xy - \sqrt[3]{xy^2 + 6} = 0$ в точке (2;1)	3	4
		4	-11

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
1	2	4

2 семестр

Задание 63.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ (решение).

Функция $y = \frac{3kx+b}{x^2}$ имеет точку экстремума М (2;2) . Найти $3(k+b)$

Ответ: -16 .

Решение: 1) По необходимому условию экстремума первая производная функции равна нулю, $y'(2) = -6k - 2b = 0$. Откуда: $b = -3k$. 2) $M(2;2)$ – точка экстремума, и ее координаты удовлетворяют функции. Подставив, получим: $6k + b = 8$. 3) $6k - 3k = 8$, $k = 8/3$, $b = -24/3$, $3(k+b) = 3(8/3 - 24/3) = -16$.

Задание 64.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Дана функция, зависящая от двух переменных: $z = e^{2x-3y}$. Необходимо вычислить все ее частные производные второго порядка. **Соотнесите обозначения частных производных второго порядка и найденные Вами для заданной функции частные производные второго порядка.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Обозначение		Частная производная	
А	$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$	1	$-6e^{2x-3y}$
Б	$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$	2	$4e^{2x-3y}$
В	$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$	3	$6e^{2x-3y}$
		4	$9e^{2x-3y}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
2	4	1

Задание 65.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ (решение).

Найти длину промежутка, содержащего все возможные значения a , при которых функция $y = x^4 + 2ax^3 + 6x^2 - 6x + 2$ является выпуклой вниз (вогнутой) на всей числовой оси.

Ответ: 4.

Решение: По достаточному признаку вогнутости функции ее вторая производная положительная: $y'' = 12(x^2 + ax + 1) > 0$. Это неравенство имеет решение на всей числовой оси, если дискриминант неположительный, т.е. $D = a^2 - 4 \leq 0$. Решение этого неравенства: $[-2; 2]$. Длина промежутка: $2 - (-2) = 4$.

Задание 66.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Прямая $y = kx + b$ является асимптотой графика функции $y = \frac{7x^2 + x - 4}{2x + 1}$. Точка $(x_0; y_0)$ принадлежит этой прямой. Тогда при $x_0 = -5/2$ значение y_0 равно:

1. -10
2. -5/2
3. 15/2
4. 7

Ответ: 1

Обоснование: Используя формулу для нахождения наклонной асимптоты нашли ее вид: $y = (7/2)x - 5/4$. Подставили $x_0 = -5/2$: $y_0 = (7/2)*(-5/2) - 5/4 = -40/4 = -10$

Задание 67.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Функция $y = x^3 - 2\beta x^2 + 7$ имеет перегиб в точке $x_0 = -2$, если β равно:

1. $-3/2$
2. $2/3$
3. 3
4. -3

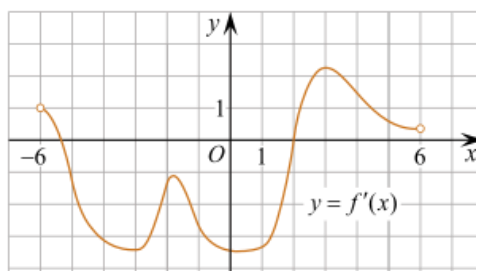
Ответ: 4

Обоснование: Вторую производную функции приравняли нулю и подставили точку $x_0 = -2$: $6*(-2) - 4\beta = 0$.

Задание 68.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

На рисунке изображен график производной функции $f'(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ: 14. Промежутки возрастания данной функции $f(x)$ соответствуют промежуткам, на которых ее производная неотрицательна, то есть промежуткам $(-6; -2]$ и $[2; 6)$. Данные промежутки содержат целые точки 2, 3, 4 и 5. Их сумма равна 14.

Задание 69.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Найти значение параметра a , при котором функция $y = (a+2) \cdot x^2 - ax + 3x + 10$ имеет максимум в точке с абсциссой $x = 1$.

1. 0
2. 1
3. 7
4. -7

Ответ: 4

Обоснование: Нашли производную и приравняли нулю: $(a+2)*2x - a + 3 = 0$. Подставили $x = 1$: $(a+2)*2 - a + 3 = 0$. Откуда: $a = -7$

Задание 70.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Дана функция двух переменных $z = 2x^3 + xy^2 + y^2 + 5x^2$. Найти значение выражения $27 \cdot Z_{\max}$, где $Z_{\max}$ – максимальное значение этой функции.

Ответ: 125

Решение. Приравняв нулю частные производные первого порядка, нашли стационарные точки: $M_1(0;0)$, $M_2(-5/3;0)$, $M_3(-1;2)$, $M_4(-1;-2)$. Достаточное условие экстремума выполняется для точек M_1 (точка минимума) и M_2 (точка максимума). Тогда $27 \cdot Z(M_2) = 27 \cdot (125/27) = 125$

Задание 71.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны функции двух переменных, для которых необходимо записать, чему равны их градиенты в точке $M(1;2)$. Соотнесите функцию и градиент.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Функция		Градиент в точке	
А	$z = x^3 - 2y^2$ в точке $M(1;2)$ равен	1	$(9; 4)$
Б	$z = x^3(y^2 - 1)$ в точке $M(1;2)$ равен	2	$(1; -8/3)$
В	$z = x^3/(y^2 - 1)$ в точке $M(1;2)$ равен	3	$(3; -8)$
		4	$(8; -3)$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	1	2

Задание 72.

Прочитайте текст, выберите правильные варианты ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Пусть $f(x; y) = -5x^2 + xy + y^2 + 7x - 7y$. Тогда верны следующие утверждения:

1. Существует окрестность точки $(1;3)$, в каждой точке которой значение функции $f(x;y)$ не превосходит $f(1,3)$
2. Точка $(1;3)$ является стационарной точкой функции $f(x;y)$
3. Функция $f(x;y)$ не имеет точек максимума
4. Функция $f(x;y)$ в точке $(1;3)$ имеет экстремум

Ответ: 2,3

Обоснование: Вариант 2. По определению: стационарная точка для функции двух переменных – это точка, в которой частные производные первого порядка равны нулю. В точке $(1;3)$ обе частные производные функции $f(x;y)$ равны нулю. Вариант 3. По достаточному условию экстремума функции двух переменных в стационарной точке $\Delta > 0$. В нашем случае $\Delta = -21 < 0$, поэтому функция не имеет точек экстремума и точек максимума в том числе.

Задание 73.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Касательная плоскость к поверхности $z = 2x^2 + y^2$ в точке $M(1,1,3)$ имеет вид:

1. $2x + y + z - 3 = 0$
2. $4x + 2y - z - 3 = 0$
3. $4x + 2y - z - 11 = 0$
4. $2x + 4y - z - 3 = 0$

Ответ: 2

Обоснование: Используя понятие уравнения касательной плоскости к поверхности в точке,

получаем $z-3=4(x-1)+2(y-1)$. После преобразований: $4x+2y-z-3=0$

3 семестр

Задание 74.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ определены на всей числовой прямой. Известно, что функция $y = f(x)$ — четная, функция $y = g(x)$ — нечетная. Тогда определенный интеграл

$$\int_{-a}^a (3f(x) - 2f(-x)) \cdot (2g(x) - 3g(-x)) dx$$

равен:

Ответ: 0. При решении использованы свойства определенного интеграла для нечетной и четной подынтегральной функций по симметричному промежутку.

Задание 75.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ (решение).

Дан несобственный интеграл с бесконечным пределом интегрирования: $I = \int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$.
Найти значение выражения $16 \cdot I$

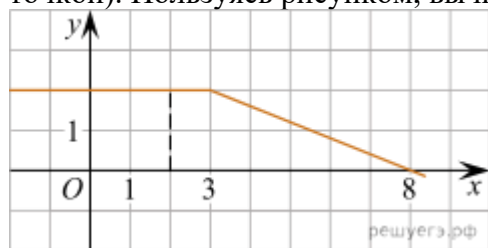
Ответ: 2.

Решение: $16 \cdot 1/8 = 2$

Задание 76.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ (решение).

На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(8) - F(2)$, где $F(x)$ — одна из первообразных.



Ответ: 7

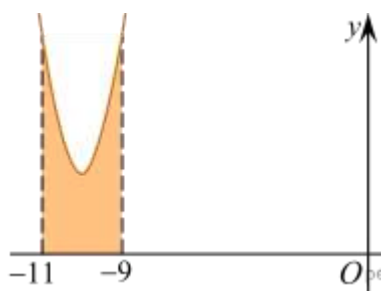
Решение: Разность значений первообразной в точках 8 и 2 равна площади выделенной на рисунке трапеции ABCD. Поэтому $F(b) - F(a) = ((1+6)/2) \cdot 2 = 7$.

Задание 77.

Прочитайте текст и запишите обоснованный ответ (решение).

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$.

Функция $F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8}$ — одна из первообразных функции $y = f(x)$.
Найдите площадь закрашенной фигуры.



Ответ: 6

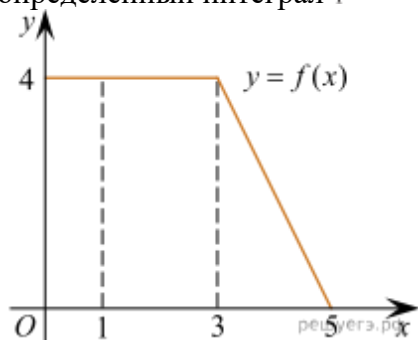
Решение: Площадь выделенной фигуры равна разности значений первообразных, вычисленных в точках (-9) и (-11):

$$F(-9) - F(-11) = (-9 + 10)^3 + 2 \cdot (-9) - (-11 + 10)^3 + 2 \cdot (-11) = 1 - 18 - (-1 - 22) = 6$$

Задание 78.

На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите

определенный интеграл $\int_1^5 f(x) dx$.



Ответ: 12

Решение: Определенный интеграл от функции $f(x)$ по отрезку $[1; 5]$ дает значение площади подграфика функции $f(x)$ на отрезке. Область под графиком разбивается на прямоугольный треугольник, площадь которого $S_{\text{тр}} = (1/2) \cdot 2 \cdot 4 = 4$ и прямоугольник, площадь которого $S_{\text{пр}} = 2 \cdot 4 = 8$. Сумма этих площадей дает искомый интеграл: $I = 4 + 8 = 12$.

Задание 79.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Неопределенный интеграл $\int \cos 2x dx$ равен:

1. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$
2. $\sin 2x + C$
3. $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$
4. $2 \cos 2x + C$

Ответ: 1

Обоснование: Используем табличный интеграл для подынтегральной функции $\cos 2x$ с «поправкой» на $1/2$

Задание 80.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Неопределенный интеграл $\int \cos 2x \sin 5x dx$ равен:

1. $\frac{1}{4} \cos 7x + \frac{1}{6} \cos 3x + C$
2. $\frac{1}{4} \cos 7x - \frac{1}{6} \cos 3x + C$
3. $-\frac{1}{4} \cos 7x - \frac{1}{6} \cos 3x + C$
4. $-\cos 7x - \cos 3x + C$

Ответ: 3

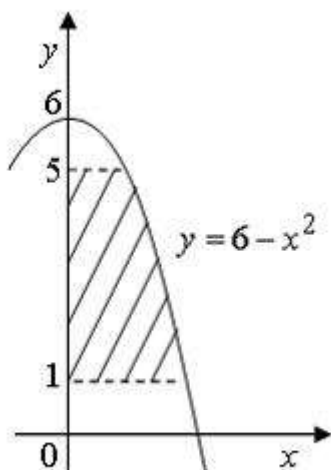
Обоснование: Применив формулу: $\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$, получим

$$I = \frac{1}{2} \int (\sin 7x + \sin 3x) dx = -\frac{1}{4} \cos 7x - \frac{1}{6} \cos 3x + C$$

4 семестр**Задание 81.**

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке.



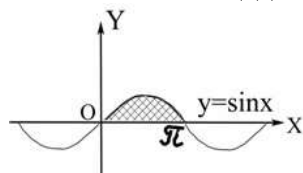
Ответ: $\frac{2(5\sqrt{5}-1)}{3}$.

Решение. Площадь нашли по формуле $S = \int_c^d g(y) dy$, где $g(y) = \sqrt{6-y}$, $c=1$; $d=5$.

Задание 82.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Вычислите площадь S заштрихованной фигуры



Ответ: 2.

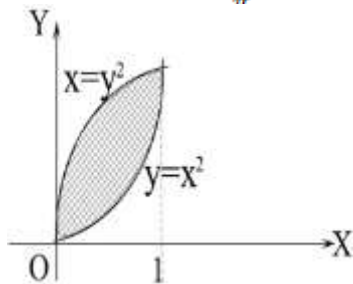
Решение: Из геометрического смысла определённого интеграла (площадь криволинейной трапеции), глядя на рисунок, следует, искомая площадь равна:

$$S = \int_0^{\pi} \sin x dx = -(\cos \pi - \cos 0) = 2$$

Задание 83.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Рассмотрев рисунок, вычислите объём V тела, полученного вращением заштрихованной фигуры вокруг оси Ox . В ответ запишите $\frac{10V}{\pi}$



Ответ: 3

Решение: Если криволинейную трапецию (фигура, заключённая между кривой $y=f(x)$, осью Ox и прямыми $x=a$ и $x=b$) вращать вокруг оси Ox , то объём получаемого при этом тела вращения равен: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. Так как в примере заштрихованная фигура получается, если от криволинейной трапеции, образуемой верхней линией вычесть криволинейную трапецию, образуемую нижней линией, то искомый объём будет равен разности двух объёмов: $V = \pi \int_0^1 x dx - \pi \int_0^1 x^4 dx = 0,5\pi - 0,2\pi = 0,3\pi$.

Тогда: $\frac{10V}{\pi} = \frac{10 \cdot 0,3\pi}{\pi} = 3$

Задание 84.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Объём продукции, произведенной рабочим за третий час рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией $f(t) = 3/(3t+1) + 4$, равен:

1. $\ln 7/10 + 4$
2. $4 - \ln 10/7$
3. $\ln 10/7 + 4$
4. $4 - \ln 7/10$

Ответ: 3

Обоснование: Если непрерывная функция $f(t)$ характеризует производительность труда рабочего в зависимости от времени t , то объём продукции, произведенной рабочим за промежуток времени от t_1 до t_2 будет выражаться формулой: $V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$. В нашем случае: $V = \ln 10 + 12 - \ln 7 - 8 = \ln 10/7 + 4$.

Задание 85.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Двойной интеграл $\iint_D x e^{x^2+y^2} dx dy$, если область $D: y \geq x^2; y \leq 1$ равен:

1. 1

2. -1
3. 5
4. e
5. 0

Ответ: 5

Обоснование: По правилу вычисления двойного интеграла, заданного в декартовой системе координат.

Задание 86.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

В цилиндрической системе координат объем параболоида, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$ и $z = 4$ равен:

1. $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \rho d\rho \int_{\rho^2}^4 dz$
2. $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 d\rho \int_{\rho^2}^4 dz$
3. $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \rho d\rho \int_0^4 dz$
4. $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-2}^2 \rho d\rho \int_0^{\rho^2} dz$

Ответ: 1

Обоснование: По геометрическому смыслу тройного интеграла, заданного в цилиндрической системе координат.

Задание 87.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны задачи на геометрические приложения определенного интеграла. **Соотнесите задачи и ответы.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Задача		Ответ	
А	Вычислить длину дуги $y = -x^2 + 2x$ от вершины до точки с $x = 2$	1	$\frac{4}{9}(13\sqrt{13} - 8)$
Б	Вычислить длину дуги $y^2 = \frac{x^3}{6}$ до точки с абсциссой $x = 6$	2	$(6 + \sqrt{2})/2$
В	Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sin x$, $y = 2\sin x$, $x = 0$, $x = 7\pi/4$	3	$\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{4}\ln(\sqrt{5} - 2)$
		4	$\sqrt{2} + 13\sqrt{13}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	1	2

Задание 88.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Объем тела, образованного вращением фигуры вокруг оси Ox , ограниченной линиями

$y = x^3$, $x = 0$, $y = 8$, равен:

1. $768\pi/7$
2. $768/7$
3. $\pi/7$
4. $8\pi/7$

Ответ: 1

Обоснование: Использовали формулу объема тела вращения вокруг оси ОХ:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Задание 89.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны поверхностные интегралы 1 рода. Соотнесите поверхностные интегралы и ответы.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Поверхностный интеграл		Ответ	
А	$\iint_{\Sigma} \left(x + \frac{y}{6} + z\right) d\sigma$, где Σ – часть плоскости $2x + \frac{y}{2} + z = 1$, расположенная в первом октанте	1	$\frac{11\sqrt{31}}{72}$
Б	$\iint_{\Sigma} (x^2 y^2 + x^2 z^2 + y^2 z^2) d\sigma$, где Σ – часть конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, заключенная внутри конуса $x^2 + y^2 = 1$	2	$\frac{11\sqrt{31}\pi}{72}$
В	$\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2) d\sigma$, где Σ – граница тела $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$	3	$\frac{\pi}{2}(1 + \sqrt{2})$
		4	$\frac{9\sqrt{2}\pi}{24}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
1	4	3

Задание 90.

Вычислить массу материальной полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $z \geq 0$ плотность которой

$$\rho(M) = \frac{z}{a}$$

1. π/a^2
2. πa^2
3. $\pi a^2/z$
4. a^2

Ответ: 2

Обоснование: Использовали формулу массы поверхности: $m = \iint_{\Sigma} \frac{z}{a} d\sigma = \frac{1}{a} \iint_{\Sigma} z d\sigma$

5 семестр

Задание 91.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Даны функции, которые можно охарактеризовать по критерию четности-нечетности.

Соотнесите функции и их характеристиками.

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Ряд		Анализ на сходимость	
А	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^n}$	1	Сходится на основании второго признака сравнения
Б	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$	2	Сходится на основании первого признака сравнения
В	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2-3n+5}$	3	Расходится на основании первого признака сравнения
		4	Расходится на основании второго признака сравнения

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
2	3	4

Задание 92.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Исследовать на сходимость ряд $-1 + 1/2 - 1/3 + \dots + (-1)^n / n + \dots$

Ответ: Ряд условно сходится

Решение: Данный ряд знакочередующийся. Исследуем его на абсолютную и условную сходимость. Составим ряд, взяв члены ряда по абсолютной величине, получим гармонический ряд $1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n + \dots$. Он расходится, поэтому абсолютной сходимости нет. Возможна условная сходимость, для этого проверим, выполняются ли условия признака Лейбница. Члены ряда убывают, а предел общего члена стремится к нулю. Поэтому сам знакочередующийся ряд сходится.

Задание 93.

Прочитайте текст, выберите правильный вариант ответа и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$

1. $(-2; 2)$
2. $[-2; 2]$
3. $[-2; 2)$
4. $(-2; 2]$

Ответ: 1

Обоснование: Использовали формулу для радиуса сходимости, найдем $R=2$. Исследуем затем сходимость на концах интервала. При $x=2$ и $x=-2$ полученные ряды расходятся. Поэтому область сходимости $(-2; 2)$

Задание 94.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Разложить в ряды Фурье 2π -периодические функции. **Соотнесите функции и их разложение в ряд Фурье.**

К каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Функция		Разложение в ряд Фурье	
А	$y = \sin x$	1	$\frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2} + (-1)^n \frac{\pi \sin nx}{2n} \right]$
Б	$y = x + \pi$	2	$\pi + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin nx}{n}$
В	$f(x) = \begin{cases} 0, & \pi \leq x \leq 0 \\ \frac{\pi}{4}x, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$	3	$\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$
		4	$\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1} + \pi + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin nx}{n}$

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:

А	Б	В
3	2	1

Задание 95.

Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Разложить в ряд Фурье функцию, заданную в промежутке $[-1;1]$ уравнением $f(x) = x^2$.

Ответ: $x^2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos n\pi x$

Решение: Заданная функция является четной, определенной в интервале $2l=2$, поэтому коэффициенты ряда Фурье равны $a_0=2/3$, $a_n = \frac{4}{n^2 \pi^2} (-1)^n$, искомый ряд Фурье

$$x^2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos n\pi x.$$